

Modelação da transpiração térmica em compressores de Knudsen

Vitor Pimentel Aguiar

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientadores: Prof. Viriato Sérgio de Almeida Semião
Prof. Gonçalo Nuno Guerreiro de Jesus Silva

Júri

Presidente: Prof. Carlos Frederico Neves Bettencourt da Silva

Orientador: Prof. Gonçalo Nuno Guerreiro de Jesus Silva

Vogal: Prof. José Manuel da Silva Chaves Ribeiro Pereira

Outubro 2021

Agradecimentos

Aproveito esta secção para agradecer aos meus orientadores, Prof. Viriato Semião e Prof. Gonçalo Silva, pela oportunidade que me deram de estudar um tópico interessante e inovador, que até aqui não me era conhecido. Agradeço-lhes a atenção e prontidão com que responderam às minhas questões. Exprimo também a minha gratidão aos meus pais e restantes familiares que me apoiaram incansavelmente durante todo este percurso, bem como a bons amigos e colegas que me apoiaram nos tempos mais difíceis.

Resumo

Neste trabalho estudou-se numericamente o fenómeno da transpiração térmica em microescoamentos de hélio no regime de escorregamento, utilizando geometrias de secção reta e curvilínea. Para tal, desenvolveu-se um modelo numérico que foi validado a partir de dados numéricos, analíticos e experimentais de outros autores. Simularam-se três geometrias distintas: microcanal retangular; microcanal semicircular e microcanal com vários estágios. O desempenho do microcanal retilíneo, avaliado através da medida do caudal mássico de gás escoado, depende apenas do rácio de dimensões (ϵ) e do gradiente de temperatura. Para ϵ inferiores a 0,05 o microcanal semicircular comporta-se como um canal retangular. Para ϵ superiores, a pressão e as dimensões do microcanal também influenciam o número de Reynolds. O desempenho relativo do microcanal semicircular em relação ao retangular aumenta com a diminuição do gradiente de temperaturas, com o aumento da pressão e das dimensões do microcanal. Para a gama de valores utilizados, o aumento máximo atingido foi de 36,37%. Simulou-se um microcanal curvilíneo com um conector retangular, formando um estágio, bem como um microcanal com sucessivos estágios ligados em série. A certas pressões, diferenças de temperatura e dimensões, ocorre inversão do sentido do escoamento. No entanto, a pressões, diferenças de temperatura, rácios de dimensões e número de estágios mais elevados, o desempenho dos compressores de Knudsen é melhorado. O desempenho relativo destes sistemas quando comparados com os microcanais retangulares simples, melhora quanto mais estágios tiverem, maior for a pressão e o rácio de dimensões, e menor for as diferenças de temperaturas.

Palavras-chaves: Compressor de Knudsen, Transpiração térmica, Rarefação, Regime de escorregamento, Desempenho, CFD.

Abstract

A numerical study of helium flows in microchannels operated in the slip regime was carried out in order to model the phenomenon of thermal transpiration. For this, a numerical work was developed and validated with numerical, analytical and experimental data from other authors. Three distinct geometries were simulated: rectangular; semicircular and multistage microchannels. The performance of the rectangular microchannel, evaluated through the measure of the mass flow rate of the considered flowing gas, depends only on the dimension ratio (ϵ) and the temperature gradient. For ϵ less than 0,05 the semicircular microchannel behaves like a rectangular channel. For higher ϵ , the pressure and dimensions of the microchannel also influence the Reynolds number. The relative performance of the semicircular microchannel in relation to the rectangular one, increases with the decrease of the temperature gradient, with the increase in pressure and the dimensions of the microchannel. For the range of values used, the maximum increase reached was 36,37%. A curvilinear microchannel was simulated with a rectangular connector, forming a stage, as well as a microchannel with successive stages connected in series. At certain pressures, temperature differences and dimensions, occurs inversion of the direction of flow. However, for higher pressures, temperature differences, dimension ratios and number of stages, the performance of Knudsen compressors improves. The relative performance of these systems, when compared with simple rectangular microchannels, improves the more stages they have, the greater the pressure and the dimension ratio, and the smaller the temperature differences.

Keywords: Knudsen compressor, Thermal creep, Rarefaction, Slip flow regime, Performance, CFD.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Lista de figuras	v
Lista de tabelas	ix
Nomenclatura	x
1 Introdução	1
1.1 Motivação e Visão geral do tema	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Organização da Dissertação	2
2 Fundamentação teórica	4
2.1 Equações fundamentais	4
2.2 Rarefação	5
2.3 Estudos de escoamentos em microcanais	9
3 Implementação do modelo numérico	15
3.1 COMSOL Multiphysics	15
3.2 Verificação e Validação	15
3.2.1 Arkilic <i>et al.</i> (1997)	15
3.2.2 Méolans <i>et al.</i> (2008)	19
3.2.3 Leontidis <i>et al.</i> (2014) e Aoki <i>et al.</i> (2008)	23
4 Resultados	29
4.1 Canal retangular	29
4.1.1 Variação da temperatura e da pressão	29
4.1.2 Variação do alongamento do canal	37
4.2 Canal curvilíneo	42
4.2.1 Variação da temperatura e da pressão	42
4.2.2 Variação do alongamento do canal	47
4.3 Compressor de Knudsen - 1 estágio	55
4.4 Compressor de Knudsen - 2, 4 e 8 estágios	62
5 Conclusão	69
5.1 Conclusões sobre este trabalho	69
5.2 Trabalhos futuros	70
Referências	71

Lista de figuras

1.1	Compressor de Knudsen.	2
2.1	Fenómeno da transpiração térmica.	6
2.2	Regimes de escoamento, com base no número de Knudsen, e aplicabilidade dos modelos físicos.	6
2.3	Representação do perfil de velocidade na camada de Knudsen.	7
2.4	Representação do sistema de coordenadas cartesianas e locais em paredes com curvatura, e as componentes da velocidade.	8
2.5	Ilustração da reflexão (a) especular e (b) difusa de uma molécula na superfície da parede.	9
2.6	Geometria do canal de Arkilic <i>et al.</i>	11
2.7	Geometria do canal de Méolans <i>et al.</i>	11
2.8	Geometria do canal curvilíneo de Leontidis <i>et al.</i>	13
2.9	Geometria do microcanal de Monsivais <i>et al.</i>	13
3.1	Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Arkilic <i>et al.</i>	16
3.2	Representação gráfica dos resultados da pressão ao longo do eixo para o presente estudo e de Arkilic <i>et al.</i>	17
3.3	Representação gráfica dos resultados da velocidade ao longo do eixo para o presente estudo e de Arkilic <i>et al.</i>	18
3.4	Representação gráfica dos resultados do caudal mássico em função do rácio de pressões entre a entrada e saída para o presente estudo e de Arkilic <i>et al.</i>	18
3.5	Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Méolans <i>et al.</i>	20
3.6	Perfis da pressão em função da coordenada longitudinal no eixo do microcanal, com os dados deste estudo e os de Méolans <i>et al.</i>	21
3.7	Perfis da massa volúmica em função da coordenada longitudinal no eixo do microcanal para os dados deste estudo e de Méolans <i>et al.</i>	22
3.8	Perfis transversais da velocidade longitudinal em função da distância perpendicular ao eixo, em várias estações, para os dados deste estudo e de Méolans <i>et al.</i>	22
3.9	Representação geométrica dum estágio utilizado por Leontidis <i>et al.</i> e Aoki <i>et al.</i>	23
3.10	Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Leontidis <i>et al.</i>	24
3.11	Curvas da temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki <i>et al.</i> e Leontidis <i>et al.</i>	26
3.12	Curvas da temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki <i>et al.</i> e Leontidis <i>et al.</i>	26
3.13	Curvas de temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki <i>et al.</i> e Leontidis <i>et al.</i>	27
4.1	Caudal mássico por unidade de largura em função da diferença de temperaturas e pressão, para um canal com $\epsilon = 10^{-3}$	30
4.2	Velocidade média à saída do microcanal ($\epsilon = 10^{-3}$) em função da temperatura e pressão.	31
4.3	Curvas do número de Reynolds em função do número de Eckert, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	32
4.4	Curvas do número de Eckert em função da temperatura e pressão, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	32

4.5	Curvas condensadas do número de Reynolds em função de $Ec_i p_i^{*2}$, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	33
4.6	Curvas do número de Reynolds em função do número de Knudsen para pressões distintas, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	34
4.7	Representação do número de Knudsen em função da temperatura e pressão, com base na equação 2.10, com $\epsilon = 10^{-3}$	34
4.8	Curvas condensadas do número de Reynolds em função de $Kn_i p_i^*$, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	35
4.9	Perfis de caudal mássico em função da diferença de temperaturas quando se fixa a temperatura à entrada ou à saída. Obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$, operado à pressão de 4 atm.	36
4.10	Curvas condensadas do número de Reynolds em função do produto $Ec_i p_i^{*2}$, a várias pressões. Obtido à entrada do microcanal, com $\epsilon = 10^{-3}$	36
4.11	Curvas normalizadas do caudal mássico, velocidade média e massa volúmica à entrada do microcanal, em função da temperatura normalizada à entrada do microcanal. Obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$	37
4.12	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, para diferentes espessuras e pressões. Obtido com uma diferença de temperaturas de 300K.	38
4.13	Curvas do caudal mássico em função do comprimento do microcanal e das diferenças de temperaturas nas suas extremidades. Obtido para uma pressão de 1 atm e uma espessura de 2 μm	39
4.14	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões ϵ , para várias diferenças de temperatura. Obtido para a pressão de 1 atm.	40
4.15	Uniformização das curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, através do fator $\frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*}$. Obtido para a pressão de 1 atm.	41
4.16	Geometria do microcanal curvilíneo, sendo H e L a espessura e o comprimento do eixo do microcanal, respetivamente.	42
4.17	Curvas obtidas em função da diferença de temperaturas e pressão à saída do microcanal, para um $\epsilon = 0,5$ e espessura de 2 μm	43
4.18	Curvas do caudal mássico em função de ΔT e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (a) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de 2 μm	44
4.19	Curvas do número de Reynolds em função do número de Eckert e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (a) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de 2 μm	45
4.20	Curvas do número de Reynolds em função do número de Knudsen e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (a) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de 2 μm	46
4.21	Dados do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, espessura e pressão do escoamento, obtidas para uma diferença de temperaturas de 300K.	48
4.22	Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de 100K, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).	49
4.23	Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de 300K, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).	49

4.24	Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de $500K$, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).	50
4.25	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões do comprimento do eixo do microcanal e das pressões, operando a uma diferença de temperaturas de $500K$	50
4.26	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões e das diferenças de temperatura, obtidas com uma espessura do microcanal igual a $2 \mu m$	52
4.27	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões e das diferenças de temperatura, obtidas com uma espessura do microcanal igual a $4 \mu m$	52
4.28	Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões e das diferenças de temperatura, obtidas com uma espessura do microcanal igual a $6 \mu m$	52
4.29	Ilustração do aumento do rácio de dimensões até ao limite de $\frac{2}{\pi}$	53
4.30	Ilustração da influência do escorregamento térmico da parede curva inferior quando aumenta-se o rácio de dimensões. A escala representa a magnitude do vector velocidade em m/s	53
4.32	Curvas de caudal mássico em função da pressão para rácios de dimensões de $0,01$ e $0,001$, e para algumas espessuras do microcanal. Resultados obtidos com uma diferença de temperaturas de $600K$	57
4.33	Curvas de caudal mássico em função da pressão para um rácio de dimensão de $0,1$, e para algumas espessuras do microcanal. Resultados obtidos com uma diferença de temperaturas de $100K$ e $600K$	57
4.34	Caudal mássico em função da pressão para várias curvas de ϵ , com uma espessura de $4 \mu m$, obtidas com uma $T_H = 900K$	58
4.36	Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, para duas pressões, e para um estágio com $\epsilon_{estágio} = 0,25$	61
4.37	Curvas de número de Reynolds em função do número de Eckert, em função da pressão. Obtido para um microcanal com $H = 4 \mu m$ e $\epsilon_{estágio} = 0,25$	61
4.38	Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,25$	62
4.39	Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,2$	63
4.40	Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,15$	64
4.41	Curvas do quociente, entre os caudais mássicos de N para $2N$ estágios, $\frac{\dot{m}_{2N}}{\dot{m}_N} - 1$, em função da pressão e diferença de temperaturas para os resultados de microcanais com $\epsilon_{estágio} = 0,25$ e $\epsilon_{estágio} = 0,2$	65
4.42	Curvas do rácio de caudais mássicos entre o compressor com vários estágios e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota $N=1,2,4,8$, crescente no sentido da direita para a esquerda. Resultados obtidos com duas diferenças de temperaturas, e $\epsilon_{estágio} = 0,25$	65

4.43	Curvas do rácio de caudais mássicos entre o dados do compressor e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota N=1,2,4,8, crescente no sentido da direita para a esquerda. Resultados obtidos com duas diferenças de temperaturas, e $\epsilon_{estágio} = 0, 2$	66
4.44	Curvas do rácio de caudais mássicos entre o dados do compressor e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota N=1,2,4,8, crescente no sentido da direita para a esquerda.	67

Lista de tabelas

2.1	Dimensões do microcanal utilizado por Arkilic <i>et al.</i>	10
3.1	Estudo da dependência da malha com os dados do estudo de Arkilic <i>et al.</i>	16
3.2	Desvios máximos entre os dados do presente estudo e de Arkilic <i>et al.</i>	17
3.3	Dimensões do microcanal utilizado por Méolans <i>et al.</i>	19
3.4	Coefficientes das condições de fronteira utilizados por Méolans <i>et al.</i>	19
3.5	Estudo da dependência da malha com os dados do estudo de Méolans <i>et al.</i>	19
3.6	Caudal mássico calculado pelo presente modelo numérico, em comparação com os valores calculados por Méolans <i>et al.</i>	20
3.7	Coefficientes das condições de fronteira utilizados por Leontidis <i>et al.</i>	23
3.8	Dimensões dos canais simulados por Leontidis <i>et al.</i> e Aoki <i>et al.</i>	23
3.9	Estudo da dependência da malha para os dados de Leontidis <i>et al.</i>	24
3.10	Erros majorados comparando as soluções deste trabalho com as de Aoki <i>et al.</i> e Leontidis <i>et al.</i>	27
4.1	Propriedades termofísicas do hélio.	29
4.2	Valores dos coeficientes A, B, C, D e E, do conjunto de equações 4.11.	47
4.3	Valores dos quocientes máximos ($\frac{Re_{curv}}{Re_{ret}} - 1$) entre o desempenho do microcanal curvilíneo e retilíneo, para as pressões de 4 e 8 atm, espessuras de 4 e 6 μm , e ΔT entre 100 e 500K.	55
4.4	Influência das dimensões no número de Reynolds para rácios de dimensões distintos. Obtido com uma diferença de temperaturas de 600K à pressão de 1 atm.	56
4.5	Valor dos coeficientes, A e B, da regressão (4.15) para a gama de pressões consideradas.	62

Nomenclatura

Simbolos gregos

α	Coeficiente corretivo da condição de fronteira da velocidade de escorregamento na parede [–]
β	Coeficiente corretivo da condição de fronteira do salto de temperatura na parede [–]
ϵ	Rácio de dimensões [–]
γ	Razão dos calores específicos [–]
λ	Percurso livre médio das partículas [m]
μ	Viscosidade dinâmica [Pa · s]
ω	Índice de viscosidades [–]
ρ	Massa Volúmica [$\frac{kg}{m^3}$]
σ_P	Coeficiente da velocidade de escorregamento [–]
σ_T	Coeficiente de escorregamento térmico [–]
σ_v	Coeficiente acomodação de quantidade de movimento tangencial [–]
ξ_T	Coeficiente do salto de temperatura [–]

Simbolos romanos

C_p	Calor específico a pressão constante [$\frac{J}{kgK}$]
C_v	Calor específico a volume constante [$\frac{J}{kgK}$]
E	Energia total por unidade de volume [$\frac{J}{m^3}$]
e	Energia interna por unidade de massa [$\frac{J}{kg}$]
Ec	Número de Eckert [–]
H	Espessura/altura [m]
k	Condutividade térmica [$\frac{W}{mK}$]
K_λ	Coeficiente do potencial intermolecular [–]
Kn	Número de Knudsen [–]
L	Comprimento [m]
\dot{m}	Caudal mássico [$\frac{kg}{s}$]
M	Massa molar [$\frac{g}{mol}$]
Ma	Número de Mach [–]
N	Número de estágios [–]

P	Rácio de pressões entre a entrada e a saída [-]
p	Pressão [Pa]
Pr	Número de Prandtl [-]
q''	Fluxo de calor [$\frac{W}{m^2}$]
R	Constante específica do gás [$\frac{J}{kgK}$]
Re	Número de Reynolds [-]
s	Coordenada do eixo [m]
T	Temperatura [K]
u	Velocidade longitudinal [$\frac{m}{s}$]
u_R	Velocidade característica [$\frac{m}{s}$]
v	Velocidade transversal [$\frac{m}{s}$]
w	Profundidade [m]
x	Coordenada longitudinal [m]
y	Coordenada transversal [m]

Subscritos

0	Referência
c	Som
$curv$	Curvilíneo
$estágio$	Estágio
$global$	Global
$gás$	Propriedade do gás
H	Quente
i	à pressão/temperatura
in	Entrada
L	Frio
$M/Máx$	Máximo
n	Malha número n
$no - slip$	Não escorregamento
out	Saída

ret Retilíneo

slip Escorregamento

w Parede

Sobrescritos

' Por unidade de largura

* Quociente de uma variável pela sua referência

– Média

~ Normalizado/Adimensional

Capítulo 1

1 Introdução

Neste capítulo descrevem-se os motivos para a elaboração deste trabalho, bem como uma revisão geral da literatura, das aplicações à microescala e a importância das mesmas. Também se apresenta os objetivos e a estrutura da Dissertação.

1.1 Motivação e Visão geral do tema

A melhoria das técnicas de fabricação de sistemas micro-eleto-mecânicos tem possibilitado o desenvolvimento de um maior número de tecnologias, como por exemplo, na área da microfluídica. Assim, o interesse científico por estes sistemas tem vindo a crescer bastante nas últimas décadas. Algumas das razões para o aumento de estudos sobre esses microssistemas são o facto de possuírem características como a sua compactidade, baixo peso, consumo energético reduzido, e fácil acoplamento a outros sistemas [1]. As possíveis aplicações destes sistemas são numerosas, tais como: permutadores de calor para o arrefecimento de circuitos integrados, sistemas cromatográficos de gás portáteis para a deteção de poluentes no ar, microrreatores de pequenas quantidades de substâncias perigosas e/ou dispendiosas, citómetros de fluxo de gás [2], e compressores/bombas de Knudsen.

As bombas/compressores convencionais têm a inconveniência do desgaste devido ao atrito das partes móveis, ineficiência térmica, dificuldade de produzir as componentes com uma tolerância de dimensões baixa, e problemas associados à lubrificação das partes móveis [3]. Por sua vez, o compressor/bomba de Knudsen, que funciona à base de um fenómeno de natureza cinética de gases rarefeitos, nomeadamente a transpiração térmica, não requer partes mecânicas nem fluidos lubrificantes. A figura 1.1 apresenta um exemplo de um compressor de Knudsen.

O fenómeno da transpiração térmica foi primeiramente observado e explicado por Reynolds e Maxwell. A bomba de Knudsen com vários estágios foi proposta por Knudsen em 1910 [4], que obteve um rácio de compressão de 10. Atualmente, microcanais mais pequenos feitos a partir de materiais com baixa condutividade térmica permitem aumentar de forma significativa o desempenho dos compressores de Knudsen [3].

Vários estudos têm sido realizados sobre os microcanais nos últimos anos. Arkilic *et al.* [5] estudou experimentalmente e desenvolveu um modelo analítico para escoamentos isotérmicos em microcanais retilíneos com gradientes de pressão; Méolans *et al.* [6] criou um modelo analítico e numérico para microescoamentos isobáricos movidos pelo fenómeno da transpiração térmica; Leontidis *et al.* [7] construiu um modelo numérico para compressores de Knudsen com vários estágios; Monsivais *et al.* [8] analisou o caso de não ser conhecido o perfil de temperatura na parede do microcanal, analisando assintoticamente e numericamente a transmissão de calor entre uma parede do microcanal e o fluido.



Figura 1.1: Compressor de Knudsen. Adaptado de [3].

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo estudar o fenómeno da transpiração térmica em microcanais com diferentes geometrias, pressões e perfis de temperatura. Pretende-se estudar o caudal mássico de cada microcanal e descrever a sua relação com as propriedades físicas e geométricas consideradas neste estudo.

1.3 Organização da Dissertação

Esta Dissertação está dividida em cinco capítulos distintos onde se discutem os vários temas necessários para a realização deste trabalho. Os capítulos enunciam: uma breve introdução ao trabalho, bem como os objetivos e motivações para tal (capítulo 1); a fundamentação teórica, bem como a revisão dos resultados obtidos e discutidos em artigos científicos e outras referências bibliográficas (capítulo 2); o desenvolvimento, validação e exploração do modelo numérico (capítulo 3); a apresentação e discussão dos resultados obtidos com a abordagem numérica (capítulo 4); e finalmente a conclusão deste trabalho e recomendações para trabalhos futuros (capítulo 5).

Capítulo 2

2 Fundamentação teórica

Neste capítulo são apresentadas as equações que governam este tipo de escoamento, bem como a rarefação e os seus fenómenos subjacentes. Além disso, são referidos os principais artigos científicos que serviram de base para este trabalho.

2.1 Equações fundamentais

O problema em estudo trata-se de um escoamento compressível, estacionário e não isotérmico, fundamental na dinâmica de gases rarefeitos. Este é regido por um conjunto de equações governantes: a lei da conservação de massa, da conservação de quantidade de movimento, e a 1ª lei da termodinâmica (conservação de energia). As duas primeiras leis enunciadas têm a seguinte forma [6]:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.3)$$

em que u e v são as componentes do vetor velocidade na direção xx (direção longitudinal) e yy (direção normal à parede), respetivamente; sendo ρ a massa volúmica, μ a viscosidade dinâmica, e p a pressão. Estas equações são conhecidas pelas equações de Navier-Stokes compressíveis em regime estacionário, com propriedades do fluido variáveis.

Por último, segue-se a equação da conservação de energia, dada por [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} u(E + p) + \frac{\partial}{\partial y} v(E + p) = & \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu v \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \mu u \frac{\partial v}{\partial y} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \mu v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu u \frac{\partial u}{\partial y} \\ & + \frac{4}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \mu u \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \mu v \frac{\partial u}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} k \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde k é o coeficiente de condutividade térmica do fluido, T a temperatura, e E corresponde à energia total por unidade de volume,

$$E = \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2) + \rho e \quad (2.5)$$

com e a energia interna por unidade de massa,

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} \quad (2.6)$$

sendo γ o quociente de calores específicos definido por:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.7)$$

onde C_p e C_v são os calores específicos a pressão constante e volume constante, respetivamente.

Para gases nobres, pode-se utilizar a equação de estado dos gases ideais descrita por:

$$p = \rho RT \quad (2.8)$$

em que R é a constante específica do gás.

A viscosidade dinâmica, μ , para gases ideais relaciona-se com a temperatura absoluta do gás através de um modelo baseado na teoria cinética de gases ideais e potencial das interações moleculares idealizado, desenvolvido por William Sutherland no final do século XIX [9]. Este modelo é designado como a lei de Sutherland, definido pela seguinte equação:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^\omega \quad (2.9)$$

sendo μ_0 a viscosidade de referência obtida à temperatura de referência T_0 , em condições PTN (pressão a 1 atm e temperatura a 273,15K) e ω é o índice de viscosidade, único para cada tipo de gás.

2.2 Rarefação

O problema em estudo trata-se de um escoamento de gás rarefeito em microcanais. Um gás rarefeito é aquele que possui uma baixa concentração de partículas num dado volume. O grau de rarefação pode ser quantificado pelo número de Knudsen, Kn , dado por

$$Kn = \frac{\lambda}{H} \quad (2.10)$$

com H a dimensão característica do domínio; e λ o percurso livre médio das partículas, definido como a distância média que as mesmas percorrem até colidirem. Este pode ser definido como:

$$\lambda = K_\lambda \frac{\mu \sqrt{RT}}{p} \quad (2.11)$$

onde o coeficiente K_λ representa o potencial intermolecular. Este usualmente toma o valor de $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$, por ser um valor próximo do obtido pelo modelo da esfera rígida (HS - *Hard Sphere*). No entanto, pelo modelo de esfera rígida variável (VHS- *Variable Hard Sphere*) obtém-se uma solução generalizada para o coeficiente K_λ em função do índice de viscosidade ω , como representado na equação (2.12).

$$K_{\lambda}(\omega) = \frac{2(5 - 2\omega)(7 - 2\omega)}{15\sqrt{2\pi}} \quad (2.12)$$

Com o aumento de Kn surgem efeitos de rarefação do gás, nomeadamente o escorregamento viscoso e a transpiração térmica (descrita qualitativamente na figura 2.1) das partículas de fluido próximas de paredes sólidas, bem como um salto de temperatura entre a parede e as partículas do fluido. Ao contrário do escoamento macroscópico e contínuo, onde Kn toma valores baixos (ver figura 2.2) e não existe escorregamento na parede, verifica-se que as partículas de fluido adjacentes à parede têm uma velocidade tangencial não nula. Na presença de gradientes de temperatura nas paredes sólidas, origina-se movimento de partículas de fluido no sentido do gradiente térmico. A figura 2.1 descreve qualitativamente o fenómeno da transpiração térmica: a colisão na parede das partículas a azul e vermelho, resulta numa força no sentido contrário ao do gradiente térmico, uma vez que as partículas a vermelho, por estarem a uma temperatura superior, transferem uma maior quantidade de movimento. Pela terceira lei de Newton (par ação-reação) resulta que a parede exerce uma força sobre as partículas no sentido oposto.

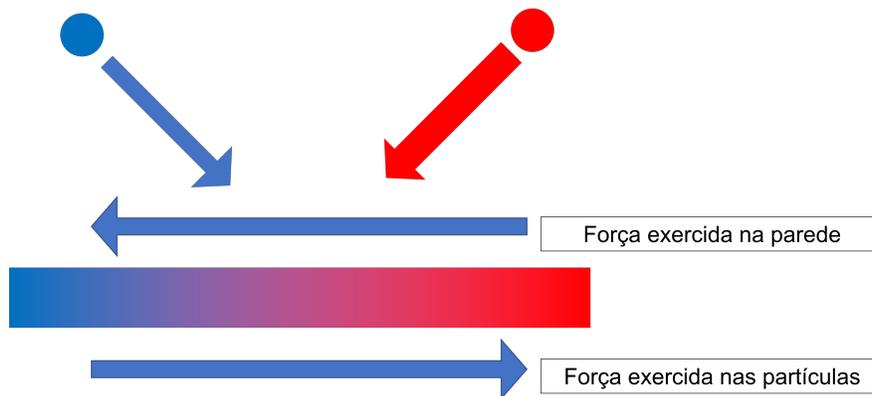


Figura 2.1: Fenómeno da transpiração térmica. Da cor azul à vermelha, existe um gradiente crescente de temperaturas. Adaptado de [4].

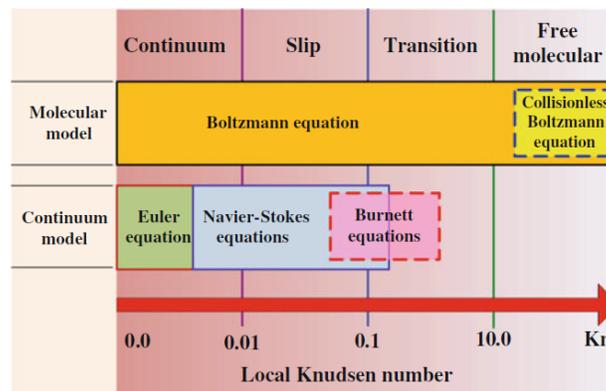


Figura 2.2: Regimes de escoamento com base no número de Knudsen e aplicabilidade dos modelos físicos. Retirado de [10].

Existem diversos modelos físicos, molecular e contínuos, que descrevem os vários regimes de

rarefação, como representado na figura 2.2. A equação de Boltzmann apresenta a vantagem de se aplicar em qualquer regime de escoamento, enquanto que as equações de Navier-Stokes estão limitadas desde o regime contínuo ao início do regime de transição. No entanto, a equação de Boltzmann é computacionalmente muito mais exigente do que as equações de Navier-Stokes [11].

Neste trabalho opera-se dentro do regime de escorregamento (*Slip regime*), com $0,01 \leq Kn \leq 0,1$. Neste regime, os efeitos de rarefação são acentuados numa camada próxima da parede, denominada por camada de Knudsen, que é comparável com a ordem de grandeza do percurso livre médio das partículas ($O(\lambda)$) [12]. Nesta camada existe um desequilíbrio termodinâmico, pois a taxa de colisão entre partículas é menor do que a taxa de colisão das partículas com a parede [1]. A rarefação do gás em regiões muito próximas da parede produz efeitos macroscópicos que torna a velocidade e a temperatura comparáveis com as mesmas do escoamento exterior à camada de Knudsen. Assim sendo, é necessário considerar nas equações de Navier-Stokes as condições de fronteira que permitem contabilizar os efeitos do campo de velocidades e temperatura. A figura 2.3 representa a velocidade real do gás dentro da camada de Knudsen (linha a cheio) e a velocidade de escorregamento (linha a tracejado), sendo esta uma velocidade fictícia obtida por uma extrapolação linear do perfil de velocidades do escoamento exterior à camada Knudsen em direção à parede, que aproxima o perfil de velocidades real.

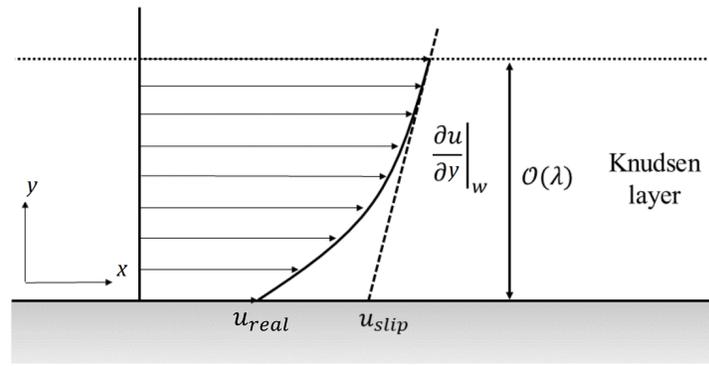


Figura 2.3: Representação do perfil de velocidade na camada de Knudsen. " u_{real} " é a velocidade real do gás e " u_{slip} " a velocidade de escorregamento. Adaptado de [1].

Maxwell propôs uma condição de fronteira do perfil de velocidades longitudinal na parede da forma da equação (2.13); a velocidade transversal é nula, uma vez que não há penetração de partículas de fluido na parede (equação (2.14)). Além disso, Von Smoluchowski propôs uma condição de fronteira do salto de temperatura entre o gás e a parede (equação (2.15)) [13, 14, 15, 16, 1]. As condições de fronteira descritas aplicam-se a canais de seção reta, a canais com paredes curvas (ver imagem 2.4), e/ou a canais cuja rugosidade seja significativa [7], e as mesmas são dadas por:

$$u_{slip} - u_w = \alpha \sigma_p \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial s} \right)_w + \sigma_T \frac{\mu}{\rho T_{gás}} \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_w \quad (2.13)$$

$$v|_w = 0 \quad (2.14)$$

$$T_{gás} - T_w = \beta \xi_T \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial s} \right)_w \quad (2.15)$$

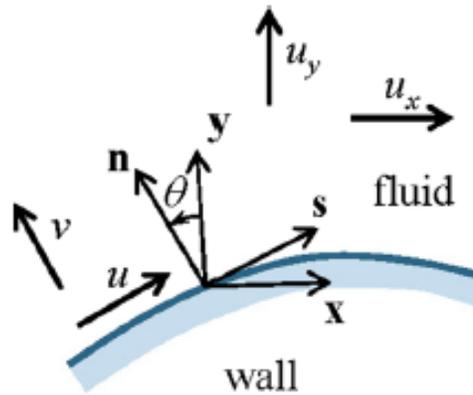


Figura 2.4: Representação do sistema de coordenadas cartesianas e locais em paredes com curvatura, e as componentes da velocidade. "fluid" representa o gás, e "wall" refere-se à parede. Retirado de [7].

O coeficiente σ_p representa o coeficiente de velocidade de escorregamento, σ_T representa o coeficiente de escorregamento térmico, ξ_T é o coeficiente do salto de temperatura, e os coeficientes α e β são coeficientes corretivos das condições de fronteira, sendo utilizado o valor de $\frac{\sqrt{2}}{k_\lambda}$ por outros autores [6, 7, 8]. No modelo numérico da presente Dissertação estes coeficientes corretivos equivalem à unidade. Os coeficientes σ_p e σ_T tomam valores específicos para cada gás, enquanto que o coeficiente ξ_T pode ser obtido a partir da equação (2.16) [13].

$$\xi_T = 1.173 \frac{\gamma}{4(\gamma - 1)} \frac{\sqrt{\pi}}{Pr} \quad (2.16)$$

O quociente de calores específicos γ , pode tomar o valor de 5/3 para gases monoatômicos e 7/5 para gases diatômicos [7]. O número de Prandtl, Pr , entende-se ser o quociente entre a difusão viscosa e a difusão térmica, e é dado como:

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (2.17)$$

De acordo com Leontidis *et al.* [7], assumindo um gás diluído, o número de Prandtl (Pr) é definido como 2/3 para um gás monoatômico, e 0.72 para um gás diatômico.

Os coeficientes das condições de fronteira (2.13) e (2.15) também podem ser calculados através do modelo proposto por Maxwell, em que estes dependem do coeficiente de acomodação de quantidade de movimento (TMAC-*tangential momentum accommodation coefficient*), σ_v . Este permite descrever as interações entre as partículas de gás e a superfície da parede. O TMAC toma valores entre 0 e 1, e representa a probabilidade de ocorrer reflexão difusa de uma partícula após colidir com uma parede. Por sua vez, $1 - \sigma_v$ representa a fração de partículas que são refletidas especularmente, ou seja, que refletem-se com o mesmo ângulo de incidência em relação ao ângulo da normal da parede. Nesta situação, há preservação total da quantidade de movimento tangencial. A ocorrência destes fenômenos

está dependente tanto da rugosidade e do material da superfície, como do tipo de gás. Na realidade, não existem superfícies lisas, o que implica que este coeficiente encontra-se sempre entre 0 e 1 [1].

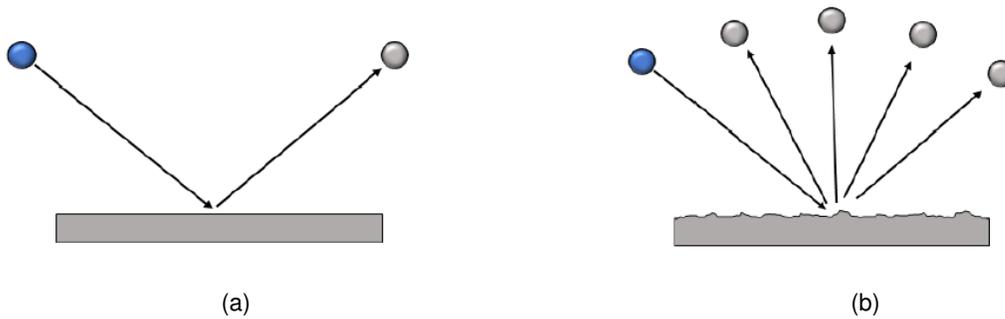


Figura 2.5: Ilustração da reflexão (a) especular e (b) difusa de uma molécula na superfície da parede. Retirado de [1].

Na figura 2.5 estão representadas as situações em que a reflexão é perfeitamente especular (a) ($\sigma_v = 0$), e onde a reflexão é difusa (b) ($0 < \sigma_v \leq 1$).

Por este modelo, os coeficientes são aproximados da seguinte forma:

$$\sigma_P = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \quad (2.18)$$

$$\sigma_T = \frac{3}{4} \quad (2.19)$$

$$\xi_T = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \frac{2\gamma}{Pr(\gamma + 1)}. \quad (2.20)$$

2.3 Estudos de escoamentos em microcanais

Vários estudos têm sido realizados nas últimas décadas, onde se analisou o escoamento em microcanais. Várias abordagens foram utilizadas para estudar os escoamentos, como a análise direta das equações, obtendo soluções analíticas; abordagens numéricas, resolvendo numericamente as equações; e por vias experimentais usadas para validar tanto a componente numérica como a analítica.

Arkilic *et al.* [5] realizaram um estudo bidimensional das equações de Navier-Stokes compressíveis e estacionárias para um escoamento isotérmico utilizando condições de fronteira de escorregamento de 1ª ordem, onde utilizaram o modelo de Maxwell.

Com o intuito de obter soluções analíticas, Arkilic *et al.* utilizaram uma expansão de perturbações em torno do rácio da altura (H) e o comprimento (L) do canal, ϵ , usando o modelo de gás ideal. Esta dedução apenas é válida para valores de $\epsilon \ll 1$. Com esta expansão, prevaleceram os termos de maior ordem, substituindo assim nas equações de Navier-Stokes adimensionais. Nestas equações aparecem os números adimensionais de Reynolds e de Mach, onde é necessário averiguar a sua ordem de grandeza, pois estes números definem o regime de escoamento. Estes podem ter 3 ordens de grandeza distintas ($O(\epsilon)$, $O(1)$ e $O(\frac{1}{\epsilon})$), tornando assim possível a existência de 9 regimes de escoamento independentes. O escoamento estudado neste artigo possui números de Reynolds e Mach de ordem ϵ , onde as forças

viscosas são dominantes em relação às forças inerciais e/ou a dimensão característica é muito pequena. Assim, foi possível eliminar termos das equações adimensionais, reduzindo a sua complexidade. Ao aplicar as condições de fronteira, os autores obtiveram as soluções adimensionais para o campo de velocidade e pressão. Os parâmetros com “~” representam as variáveis normalizadas. O vetor posição é adimensionalizado pelas respectivas dimensões do microcanal, ou seja, x é normalizado por L , e y por H ; a pressão p , e a massa volúmica ρ são normalizadas pelas respectivas quantidades médias (\bar{p} , $\bar{\rho}$) à saída do microcanal; e o vetor velocidade é normalizado pela velocidade longitudinal média (\bar{u}) à saída do mesmo. As soluções analíticas obtidas por Arkilic *et al.*, estão expressas nas quatro equações seguintes:

$$\tilde{p}(\tilde{x}) = -6\sigma_P Kn + \sqrt{(6\sigma_P Kn)^2 + (1 + 12\sigma_P Kn)\tilde{x} + (P^2 + 12\sigma_P KnP)(1 - \tilde{x})} \quad (2.21)$$

$$\tilde{u}(\tilde{x}, \tilde{y}) = -\frac{\epsilon Re}{8\gamma Ma^2} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}} \left(1 - 4\tilde{y}^2 + 4\sigma_P \frac{Kn}{\tilde{p}} \right) \quad (2.22)$$

$$\tilde{v}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \frac{\epsilon Re}{8\gamma Ma^2} \frac{1}{\tilde{p}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tilde{p}^2}{\partial \tilde{x}^2} \left(\tilde{y} - \frac{4}{3}\tilde{y}^3 \right) + 4\sigma_P Kn \tilde{y} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial \tilde{x}^2} \right] \quad (2.23)$$

$$\dot{m} = \frac{H^3 w P_{out}^2}{24\mu LRT} [P^2 - 1 + 12\sigma_P Kn(P - 1)] \quad (2.24)$$

onde P representa o rácio de pressões entre a entrada e a saída do canal; \tilde{p} denota o termo da pressão ao longo do canal; P_{out} é a pressão de saída; e w é a profundidade do canal. O número de Reynolds, Re , quantifica o rácio das forças inerciais pelas forças viscosas,

$$Re = \frac{\rho u H}{\mu} \quad (2.25)$$

Arkilic *et al.* utilizaram as propriedades médias à saída do microcanal (\bar{u}, \bar{p}) para obter o número de Reynolds. Por sua vez, Ma , denominado como o número de Mach, é o parâmetro adimensional do quociente de velocidades do fluido e da velocidade do som (u_c) no mesmo fluido, definido como:

$$Ma = \frac{u}{u_c} \quad (2.26)$$

em que $u_c = \sqrt{\gamma RT}$ para gases perfeitos. Este é calculado à saída do canal, baseando-se em \bar{u} .

A equação (2.21) foi validada utilizando dados experimentais de outros autores, enquanto que os resultados da equação (2.24) foram comparados com os obtidos experimentalmente pelos próprios autores através do desenvolvimento de uma técnica de medição do caudal mássico. Em ambos os casos, o microcanal utilizado tem a geometria da figura 2.6, cujas dimensões apresentam-se na tabela 2.1.

Tabela 2.1: Dimensões do microcanal utilizado por Arkilic *et al.*

Parâmetro	Valor (μm)
Comprimento (L)	7500
Altura (H)	1,33
Profundidade (w)	52,25

As pressões utilizadas na entrada do canal tem uma gama de valores entre 1,6 e 4,2 *bar*, enquanto que a saída manteve-se sempre a 1 *bar*. A temperatura ao longo do escoamento manteve-se sempre a 314K.

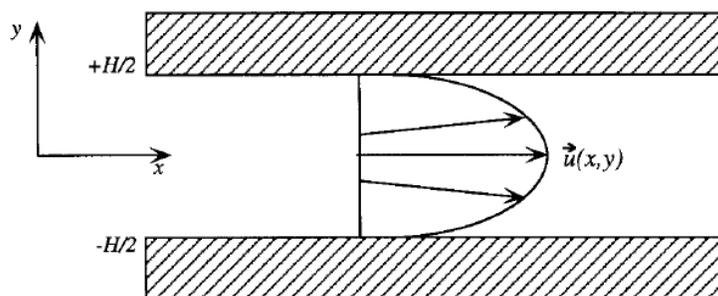


Figura 2.6: Geometria do canal de Arkilic *et al.*. A componente transversal da velocidade está exagerada. Ilustração retirada de [5].

Méolans *et al.* [6] também realizaram um estudo de um escoamento em microcanais longos ($\epsilon \ll 1$) de seção reta entre dois reservatórios mantidos à mesma pressão e a temperaturas diferentes, como ilustrado na figura 2.7. Nas paredes existe um gradiente constante de temperatura desde a entrada até à saída.

Utilizaram as equações (2.1)-(2.4) como ponto de partida, adimensionalizando-as com valores de referência obtidos na parede à seção de saída do canal. Para obter as soluções analíticas, os autores realizaram uma análise comparativa das ordens de grandeza dos termos das equações adimensionais. Assim, obtidas as soluções, simularam numericamente o problema, mantendo as condições utilizadas na dedução analítica, nomeadamente as condições de fronteira e o quociente de altura pelo comprimento (ϵ). Verificaram que ambas as soluções têm uma boa concordância dos parâmetros da velocidade, pressão, temperatura e caudal mássico.

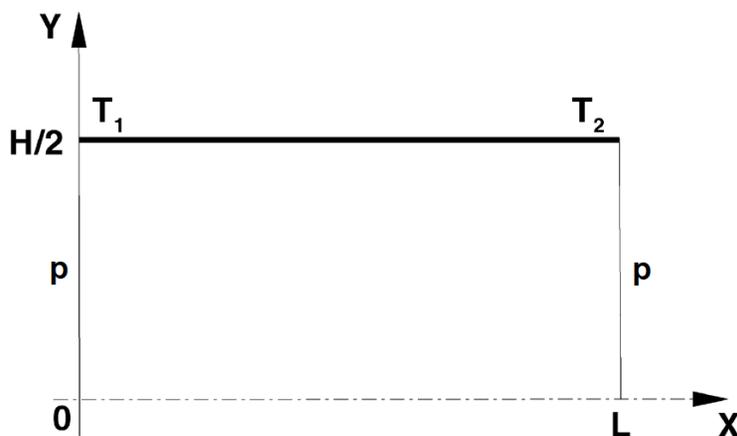


Figura 2.7: Geometria do canal. T_1 e T_2 representam as temperaturas de entrada e saída, respetivamente; e p a pressão do microcanal em ambos os reservatórios. Ilustração retirada de [6].

As conclusões sobre o escoamento, com escorregamento térmico, que Méolans *et al.* retiraram, resumem-se da seguinte forma:

- o caudal mássico tem uma fraca dependência da pressão dos reservatórios, e cresce quase linearmente com os gradientes longitudinais de temperatura ao longo do canal;
- o perfil de pressão ao longo do canal é não-linear e apresenta um máximo ($\tilde{p}_{máx}$) próximo da metade do canal ($\tilde{x}_{máx} \approx 0,5$). Além disso, concluíram que a diferença máxima da pressão adimensional ($\Delta\tilde{p}_{máx} = \frac{p_{máx}}{p_{out}} - 1$) é da ordem de Kn^2 .
- A curvatura dos perfis transversais da velocidade longitudinal altera-se a partir de $x_{máx}$ (de positiva para negativa), e na segunda parte do canal esta curvatura assemelha-se à dos escoamentos isotérmicos, com gradiente de pressão. Isto poderá observar-se na subsecção 3.3.2, na figura 3.8. De qualquer forma, o escorregamento é mais expressivo nos escoamentos com gradientes de temperatura do que nos isotérmicos.

Em outro estudo, Leontidis *et al.* [7] também realizaram um estudo de escoamentos com escorregamento térmico, em que desenvolveram um modelo numérico para efetuar as simulações. As equações utilizadas são as equações de Navier-Stokes para escoamento compressível, estacionário e não isotérmico (equações (2.1)-(2.4)), com condições de fronteira de 1ª ordem que incluem os efeitos de paredes com curvatura. Assim, simularam escoamentos em canais de seção reta, bem como em canais com paredes curvas, e compararam com os resultados de outros autores, de modo a validar o modelo numérico. Após a validação, projetaram compressores de Knudsen com canais retangulares e curvos, e concluíram que os mesmos são eficientes no regime de escorregamento.

Na simulação de microcanais retos, utilizaram as mesmas dimensões de Méolans *et al.* [6], obtendo resultados semelhantes com os mesmos, com um desvio máximo de 0,462%. Relativamente à geometria de canais com curvatura, como está representado na figura 2.8, compararam os seus valores com os de Aoki *et al.* [17], que se baseiam na equação de Boltzmann com o modelo BGK (Bhatnagar–Gross– Krook), obtendo um desvio máximo de 1,79%. Posto isto, os autores criaram compressores de Knudsen com vários estágios e microcanais curvos, mostrando que estes são eficientes no regime de escorregamento. Leontidis *et al.* concluem que os compressores de Knudsen de um estágio e com a geometria da figura 2.8 são mais eficientes quando a curvatura é maior e quando operados a elevadas diferenças de temperatura e condições de forte rarefação.

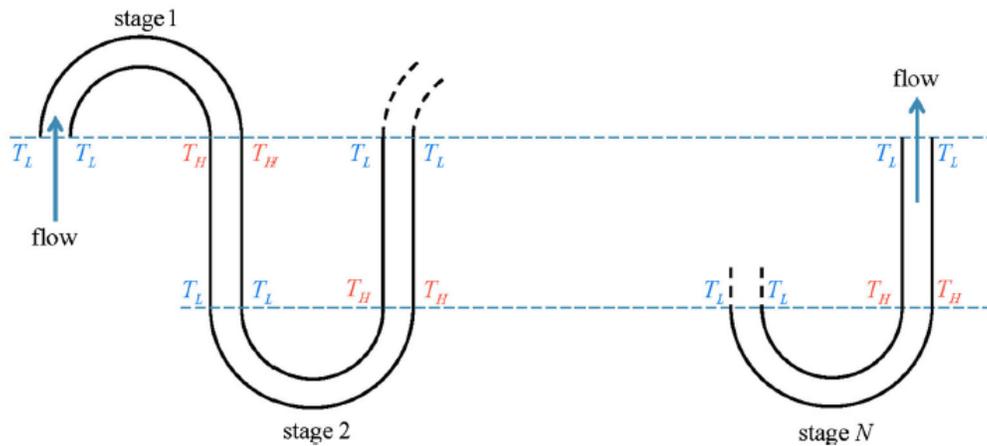


Figura 2.8: Geometria do canal curvilíneo. T_L e T_H representam as temperaturas de entrada e temperatura máxima do canal, respetivamente. Ilustração retirada de [7].

Num estudo mais recente, de 2018, Monsivais *et al.* [8] consideraram um domínio semelhante ao de Méolans *et al.*[6], contudo consideraram que o fluido encontra-se em contato com um sólido (dissipador de calor) onde não se conhece os perfis de temperatura da parede em contato com as partículas de fluido. Sabendo que na parte externa do sólido existe um fluxo de calor constante (como representado na figura 2.9), esta condição de fronteira, em conjunto com as restantes condições consideradas pelos autores, permite obter os perfis de temperatura no sólido e no fluido bem como o campo de pressões e o campo de velocidades.

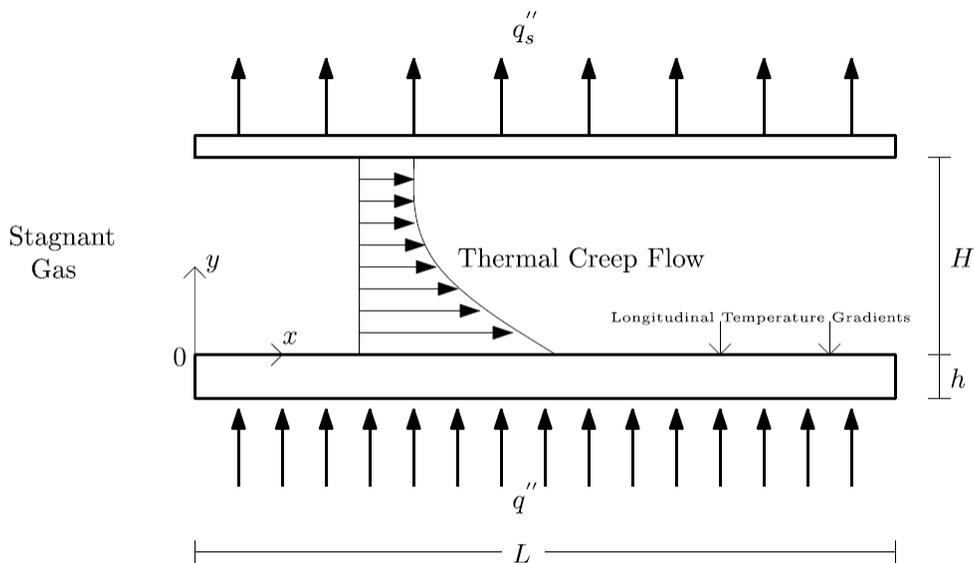


Figura 2.9: Geometria do microcanal com fluxo de calor constante, q'' , na parede sólida com espessura h , e com fluxo de calor superior desconhecido. Ilustração retirada de [8].

Capítulo 3

3 Implementação do modelo numérico

Neste capítulo, desenvolveu-se um modelo numérico, realizando a verificação e validação dos modelos, de modo a obter-se os resultados do capítulo seguinte.

3.1 COMSOL Multiphysics

O programa recomendado e utilizado para realizar e resolver as equações que governam este problema foi o programa da COMSOL Inc., o COMSOL Multiphysics [18]. Este possui uma grande variedade de modelos físicos para simular os vários problemas encontrados nos mais diversos ramos da engenharia. O método de discretização utilizado pelo *software* é o Método dos Elementos Finitos, que permite aproximar o sistema de equações diferenciais dadas pelas equações (2.1) a (2.4), sujeitas às condições de fronteira dadas pelas equações (2.13) a (2.15), a um sistema de equações algébrico. Para obter soluções numéricas convergidas o *software* utiliza, como algoritmo de iteração, o método de Newton. Na discretização geométrica dos problemas aqui estudados apenas foram consideradas malhas estruturadas formadas por elementos quadriláteros de 2ª ordem.

3.2 Verificação e Validação

Antes de realizar um estudo numérico, é importante que se proceda à verificação e validação do modelo numérico. Estes dois termos apesar de serem sinónimos no senso comum, na realidade, para qualquer trabalho numérico, são dois processos distintos.

A verificação quantifica o erro matemático que está presente no modelo devido à conversão de um sistema de equações contínuas em um sistema discreto. Essencialmente, consiste em averiguar se o algoritmo está a resolver corretamente as equações [19]. Neste trabalho decidiu-se realizar um estudo da dependência da malha para todas as geometrias utilizadas, onde se refinou sucessivamente a malha em ambas as direções (xx e yy). De modo a selecionar-se a melhor malha, estudou-se o comportamento do caudal mássico e da velocidade média do escoamento na saída dos microcanais, em função do número de elementos.

Por sua vez, é necessário proceder à validação. Em contraste com a verificação, a validação foca-se no objetivo da simulação, que é retratar e simular fielmente o comportamento físico de um sistema no mundo real. Assim, a validação consiste em calcular a precisão do modelo em relação ao resultado exato, dotado de significado físico. Como tal, procedeu-se à validação dos resultados obtidos pelo presente modelo numérico comparando-os com os de outros autores, válidos e de acordo com a realidade.

3.2.1 Arkilic *et al.*(1997)

No estudo de Arkilic *et al.* [5], simulou-se um microcanal com dimensões de $L = 1000 \mu m$, $H = 1 \mu m$ e $w = 1 m$ (profundidade). Considerou-se o modelo de Maxwell utilizado pelos autores com um coeficiente de acomodação de quantidade de movimento tangencial igual à unidade. O escoamento é isotérmico mantido a uma temperatura de $314K$, cujo fluido é o hélio.

Verificação

Na verificação estudaram-se malhas com vários números de elementos, apresentadas na tabela 3.1. A figura 3.1 apresenta os valores do caudal mássico e da velocidade média à saída, normalizados com o máximo obtido pela malha mais refinada. Assim, o máximo da figura 3.1 corresponde ao resultado da malha mais refinada, e não especificamente à solução exata. Contudo, pode-se entender do gráfico que as soluções dos refinamentos anteriores estão muito próximas da solução da malha mais refinada, o que indica que embora se possa refinar mais a malha, a solução não irá variar significativamente.

Tabela 3.1: Estudo da dependência da malha com os dados do estudo de Arkilic *et al.*

Malha	Número de elementos	Número de nós	Distribuição (Transversal x Longitudinal)
1	4000	6003	2×2000
2	7500	10004	3×2500
3	13336	16675	4×3334
4	25000	30006	5×5000
5	46669	53344	7×6667
6	61544	69246	6×7693
7	100000	110011	10×10000
8	175000	187515	14×12500

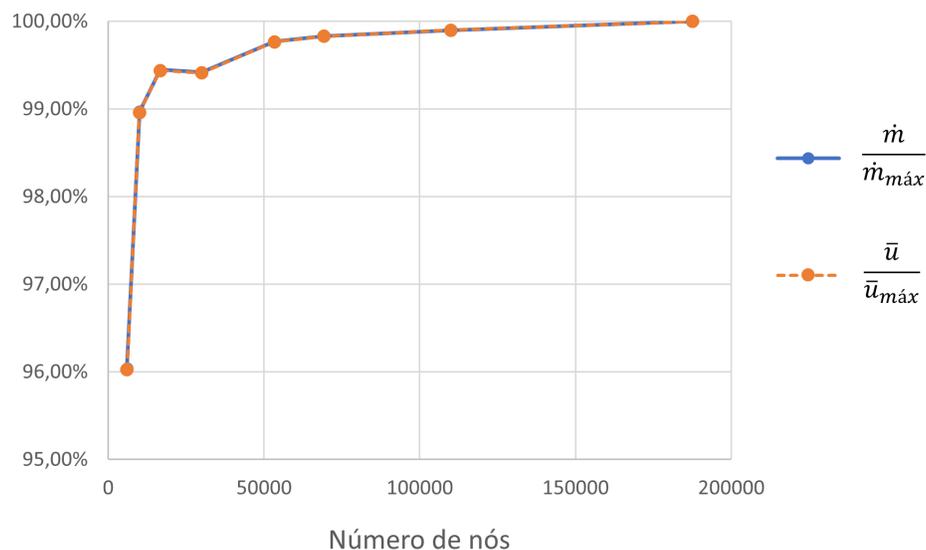


Figura 3.1: Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Arkilic *et al.*

Com base nos resultados já apresentados, a malha que se optou para realizar a validação foi a malha número 8. Apesar desta conter o maior número de elementos, não exige muitos recursos computacionais.

Validação

Para validar este modelo numérico, utilizou-se as equações (2.21) (2.22) e (2.24), obtidas por Arkilic *et al.*, e comparou-se os dados obtidos pelo modelo numérico com os dados analíticos. As imagens das figuras 3.2, 3.3 e 3.4 contêm as soluções analíticas de Arkilic *et al.*, bem como os resultados numéricos obtidos para o regime de escorregamento e para o de não escorregamento (regime contínuo, $Kn \rightarrow 0$).

No gráfico da figura 3.2, para o regime de escorregamento, o desvio máximo entre as duas soluções é 0,0165%; enquanto que para o regime contínuo o erro relativo máximo é de 0,0037%. No gráfico da figura 3.3, o erro máximo para o regime de escorregamento é de 0,4718%, e para o regime contínuo 1,2788%. Por último, relativamente ao caudal mássico, o erro máximo das curvas numérica e analítica é de 0,6625% e 0,1172% para o regime de escorregamento e contínuo, respetivamente. Portanto, as curvas, analítica e numérica, que têm maior desvio, são as da velocidade adimensional, no regime contínuo. Estes valores estão tabelados na tabela 3.2.

Tabela 3.2: Desvios máximos entre os dados do presente estudo e de Arkilic *et al.*.

	e_{slip} (%)	$e_{no-slip}$ (%)
\tilde{p}	0,0165	0,0037
\tilde{u}	0,4718	1,2788
\dot{m}	0,6625	0,1172

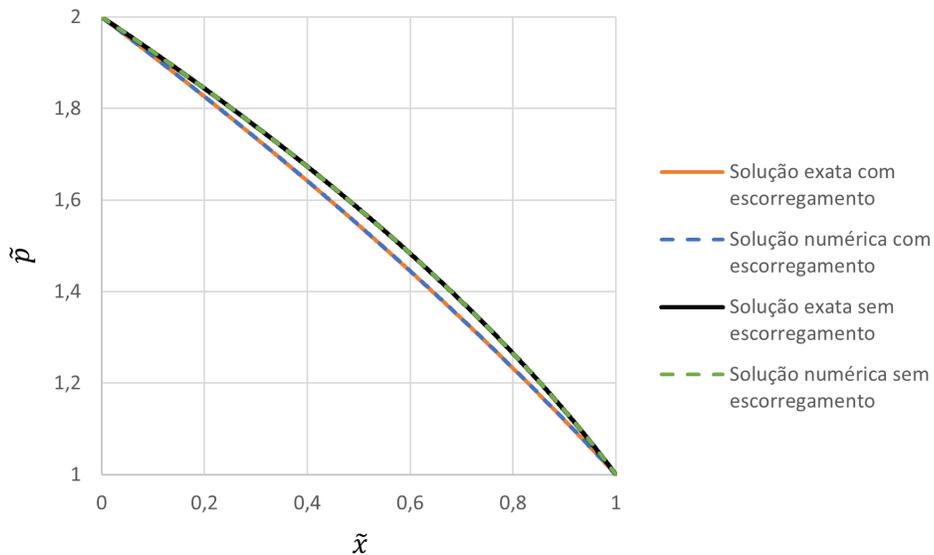


Figura 3.2: Representação gráfica dos resultados da pressão ao longo do eixo para o presente estudo e de Arkilic *et al.*. Obtido com um rácio de pressões igual a 2.

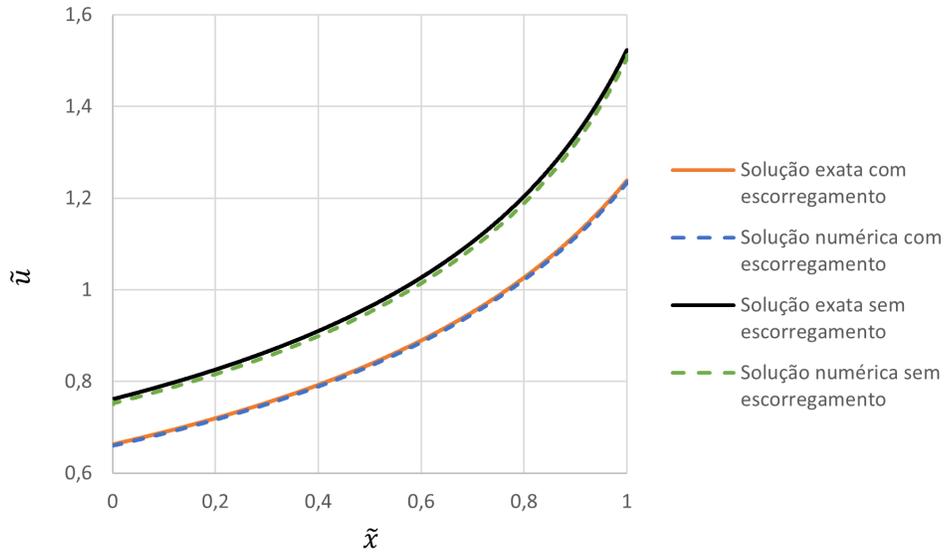


Figura 3.3: Representação gráfica dos resultados da velocidade ao longo do eixo para o presente estudo e de Arkilic *et al.*. Obtido com um rácio de pressões igual a 2.

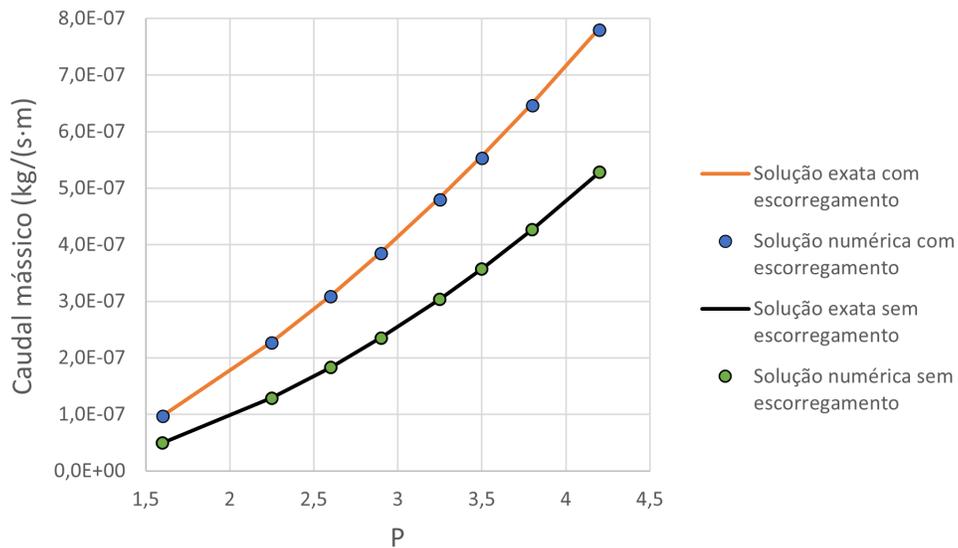


Figura 3.4: Representação gráfica dos resultados do caudal mássico em função do rácio de pressões entre a entrada e saída para o presente estudo e de Arkilic *et al.*.

Tendo em conta que os perfis obtidos encontram-se muito próximos das soluções exatas, e visto que os erros também são baixos, então considera-se que o modelo numérico está validado para o caso de um canal retangular com escoamento isotérmico.

3.2.2 Méolans *et al.* (2008)

No trabalho de Méolans *et al.* [6], considerou-se um microcanal retangular com as dimensões enunciadas na tabela 3.3. Como condições de fronteira, considerou-se que a entrada e saída do canal estão a pressões constantes (1 atm); também se considerou que as paredes apresentam um gradiente longitudinal de temperatura constante desde a entrada ($T_{in} = 295,6K$) até à saída ($T_{out} = 573K$). Em relação aos coeficientes das condições de fronteira das paredes, considerou-se os valores da tabela 3.4, respeitantes a hélio.

Tabela 3.3: Dimensões do microcanal utilizado por Méolans *et al.*

Parâmetro	Valor (μm)
Comprimento (L)	10000
Altura (H)	10
Profundidade (w)	200

Tabela 3.4: Coeficientes das condições de fronteira utilizados por Méolans *et al.*

Coeficiente	Valor
K_λ	1,112
σ_P	1,012
σ_T	1,175
ξ_T	1,86

Verificação

Para a verificação do problema de Méolans *et al.*, cuja física do problema envolve o escorregamento térmico num escoamento isobárico com variações de temperatura, utilizou-se as mesmas malhas que no caso anterior (Arkilic *et al.* [5]), com o mesmo número de elementos, apresentados na tabela 3.5.

Tabela 3.5: Estudo da dependência da malha com os dados do estudo de Méolans *et al.*

Malha	Número de elementos	Número de nós	Distribuição (Transversal x Longitudinal)
1	4000	6003	2×2000
2	7500	10004	3×2500
3	13336	16675	4×3334
4	25000	30006	5×5000
5	46669	53344	7×6667
6	61544	69246	6×7693
7	100000	110011	10×10000
8	175000	187515	14×12500

Observa-se na figura 3.5 os valores do caudal mássico e da velocidade média à saída normalizados com o máximo obtido pela malha mais refinada. Os resultados de cada malha estão muito próximos dos valores obtidos da mais refinada, sendo que qualquer uma delas produziria bons resultados. De qualquer forma, escolheu-se a malha 8 para se realizar a validação. Esta permite o melhor resultado e não é demasiado exigente em termos computacionais.

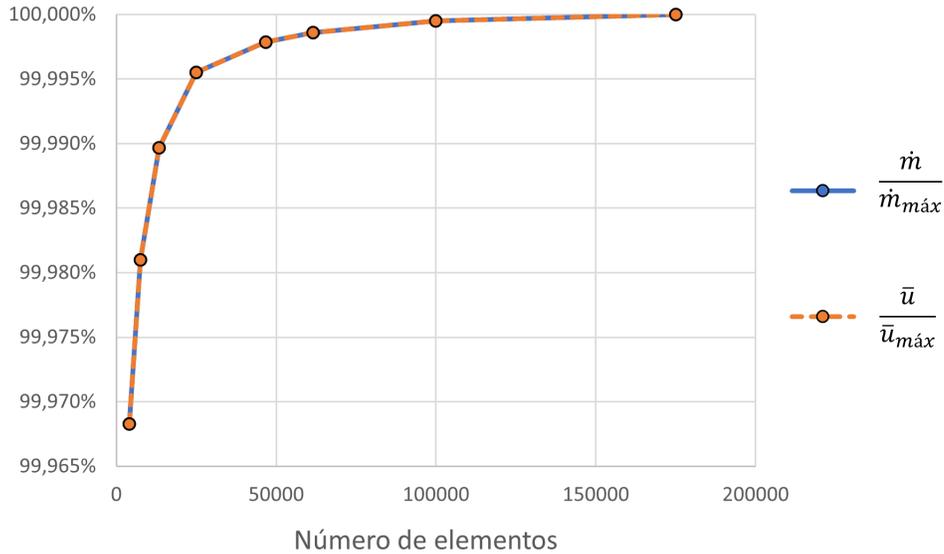


Figura 3.5: Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Méolans *et al.*

Validação

A validação deste escoamento foi feita a partir da comparação das soluções numéricas obtidas com o par de soluções numéricas e analíticas de Méolans *et al.*. Nestas engloba-se o valor do caudal mássico, o perfil longitudinal da pressão e massa volúmica, e o perfil transversal de velocidades para diferentes seções do microcanal.

Os resultados do caudal mássico apresentam-se na tabela 3.6, bem como o erro relativo entre o caudal obtido pelo modelo numérico do presente trabalho e os obtidos por Méolans *et al.*. Observa-se um erro relativo reduzido, considerando, assim, a solução obtida como fidedigna.

Tabela 3.6: Caudal mássico calculado pelo presente modelo numérico, em comparação com os valores calculados por Méolans *et al.* [6]

Caudal mássico	Valor (10^{-12} kg/s)	Erro relativo (%)
Presente estudo	3,7655	-
Solução analítica de [6]	3,766	0,0133
Solução numérica de [6]	3,767	0,0398

A figura 3.6 representa as soluções do quociente da pressão pela pressão de saída ao longo do

microcanal. O erro relativo entre as curvas obtidas e as de Méolans *et al.* são da ordem de $10^{-3}\%$. Em relação à massa volúmica ao longo do canal, representada na figura 3.7, verifica-se que o erro relativo está muito próximo de zero. Por último, Méolans *et al.* obtiveram os perfis transversais da velocidade longitudinal para a metade superior do microcanal, em diferentes secções, cuja velocidade é adimensionalizada pelo termo u_R , definido pelos autores como:

$$u_R = \frac{1}{2p_{out}} \frac{R}{Pr} \mu^{w_{out}} \frac{T_{w_{out}}}{L} \quad (3.1)$$

em que as propriedades termofísicas são obtidas à temperatura da parede à saída do microcanal. Verificou-se que a concavidade dos perfis alteram-se ao longo do microcanal, mais especificamente a partir do ponto de pressão máxima (x_M), passando de positiva a negativa. Estes últimos apresentam perfis semelhantes a um escoamento isotérmico de Poiseuille. Estas observações podem ser visualizadas na figura 3.8, onde se constata que os resultados do modelo numérico presente são muito próximos dos modelos utilizados por Méolans *et al.*, com um erro inferior a 1%.

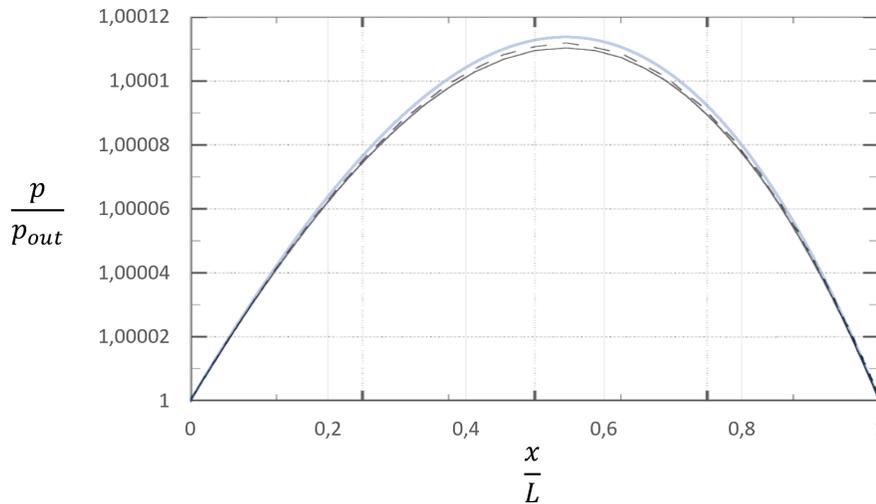


Figura 3.6: Perfis da pressão em função da coordenada longitudinal no eixo do microcanal, com os dados deste estudo e os de Méolans *et al.*. A curva a azul representa os resultados do presente estudo; a curva a tracejado e a cheio denotam as soluções numéricas e analíticas, respetivamente, de Méolans *et al.*.

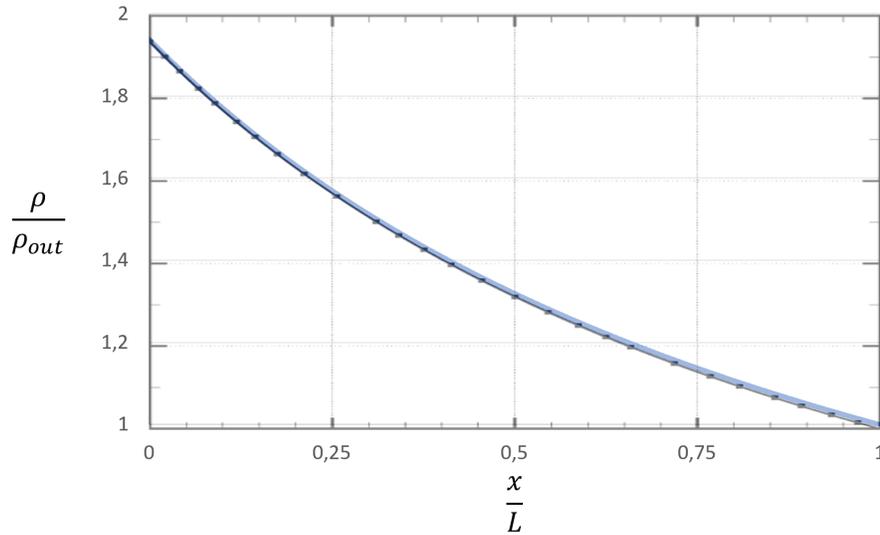


Figura 3.7: Perfis da massa volúmica em função do eixo do microcanal para os dados deste estudo e de Méolans *et al.*. A curva a azul representa os resultados do presente estudo; a curva a preto e os respectivos pontos denotam as soluções analíticas e numéricas, respetivamente, de Méolans *et al.*.

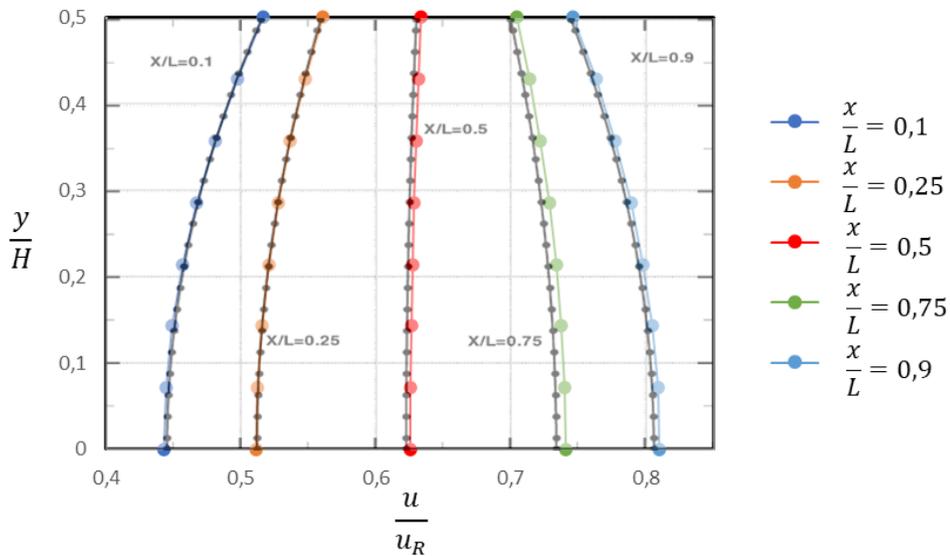


Figura 3.8: Perfis transversais da velocidade longitudinal em função da distância perpendicular ao eixo, em várias estações, para os dados deste estudo e de Méolans *et al.*. Apresenta-se apenas a metade superior dos perfis, uma vez que o escoamento é simétrico em relação ao eixo. As curvas e os pontos a preto denotam as soluções analíticas e numéricas, respetivamente, de Méolans *et al.*.

Assim, conclui-se que, para o caso do escoamento isobárico com gradientes de temperatura, num microcanal retangular, o modelo numérico utilizado é satisfatório, ou por outras palavras, está validado e pode-se confiar nas soluções provenientes do mesmo.

3.2.3 Leontidis *et al.* (2014) e Aoki *et al.* (2008)

Uma vez procedida a verificação e validação de escoamentos sem escorregamento, com escorregamento viscoso (isotérmico), e com escorregamento térmico em microcanais retangulares, é proveitoso testar o modelo numérico com geometrias mais complexas.

Leontidis *et al.* [7] e Aoki *et al.* [17] apresentam o problema da figura 2.8, em que se fez um estudo de verificação e validação apenas para um estágio. O fluido de trabalho considerado neste escoamento foi o árgon, cujos coeficientes apresentam-se na tabela 3.7. A análise foi realizada para 3 geometrias diferentes, como representado na figura 3.9, em que as dimensões das quais estão discriminadas na tabela 3.8.

Tabela 3.7: Coeficientes das condições de fronteira utilizados por Leontidis *et al.*

Coeficiente	Valor
ω	0,81
K_λ	0,9673
σ_P	0,5728
σ_T	$\frac{3}{4}$
ξ_T	1,074

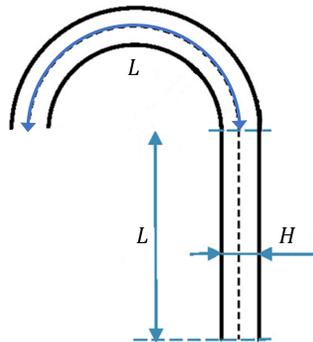


Figura 3.9: Representação geométrica dum estágio utilizado por Leontidis *et al.* e Aoki *et al.*. Os parâmetros L e H denotam o comprimento do semieixo e a espessura do microcanal, respetivamente. Adaptado de [7].

Tabela 3.8: Dimensões dos canais simulados por Leontidis *et al.* e Aoki *et al.*.

Dimensão	Caso 1	Caso 2	Caso 3
H (m)	1	1	1
L (m)	3,14	6,28	15,7

Verificação

Para a verificação deste modelo numérico com a geometria da figura 3.9, produziu-se malhas com as distribuições de elementos apresentadas na tabela 3.9, com as dimensões do caso 1. A figura 3.10

apresenta os quocientes do caudal mássico e velocidade média à saída pelos respectivos valores obtidos com a malha mais refinada. Observa-se uma diminuição do caudal mássico, bem como da velocidade média à saída do canal, com o refinamento da malha, em que os resultados para malhas mais refinadas são cada vez mais próximos. Assim, utilizou-se a malha número 12 para validar o modelo numérico com estas geometrias, que contém mais elementos e produz a solução mais próxima da solução exata.

Tabela 3.9: Estudo da dependência da malha para os dados de Leontidis *et al.*

Malha	Número de elementos	Número de nós	Distribuição (Transversal x Longitudinal)
1	150	186	30×5
2	600	671	60×10
3	1350	1456	90 ×15
4	2400	2541	120 ×20
5	4500	4681	150 ×30
6	7200	7421	180 ×40
7	10500	10761	210 ×50
8	14400	14701	240 ×60
9	21600	21951	270 ×80
10	30000	30401	300 ×100
11	42900	43361	330 ×130
12	90000	90651	450 ×200

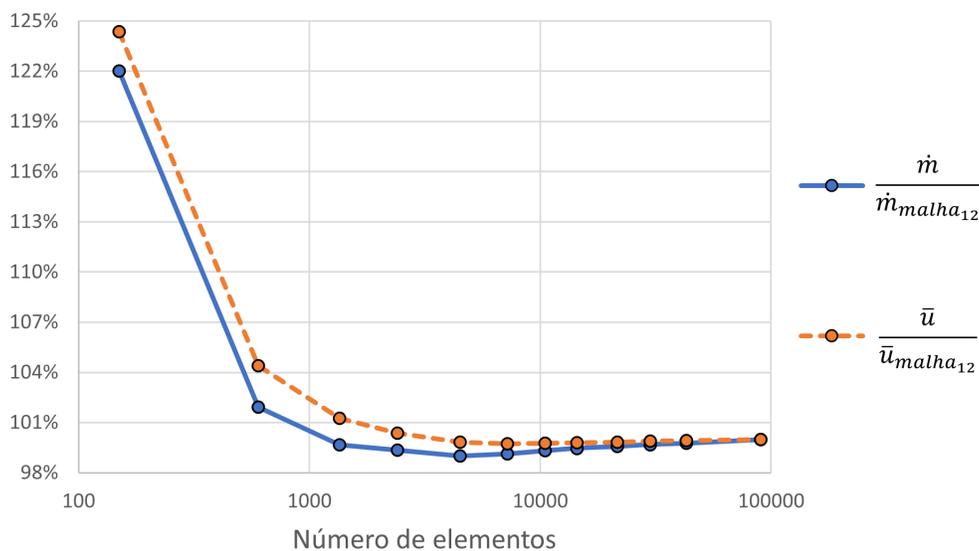


Figura 3.10: Curva da convergência da malha com os dados do estudo de Leontidis *et al.*.

Validação

Para validar o modelo numérico utilizando a geometria da figura 3.9, calculou-se os perfis de temperatura, pressão e massa volúmica no eixo do canal e comparou-se com as soluções de Aoki *et al.* e Leontidis *et al.*. Para isso, adimensionalizou-se a posição do eixo (s) do microcanal, bem como as variáveis mencionadas anteriormente. O conjunto de equações (3.2) define a adimensionalização utilizada pelos autores, sobre os respetivos parâmetros.

$$\begin{cases} \tilde{T} = \frac{T}{T_L} \\ \tilde{P} = \frac{P}{P_L} \\ \tilde{\rho} = \frac{\rho R T_L}{P_L M} \\ \tilde{s} = \frac{s}{2L} \end{cases} \quad (3.2)$$

As figuras 3.11, 3.12 e 3.13 apresentam os perfis das variáveis adimensionais em função da posição axial com os dados de ambos os autores, bem como os do presente trabalho. Verifica-se que as soluções aproximam-se entre si, do caso 1 para o caso 3, onde no caso 3, os efeitos da curvatura são menores. Também se observa que os resultados do presente trabalho estão mais próximos de Aoki *et al.* do que os de Leontidis *et al.*. Isto prende-se à possibilidade dos códigos computacionais implementados nos modelos numéricos serem diferentes e/ou ao fato do presente modelo numérico adotar coeficientes corretivos das condições de fronteira diferentes dos de Leontidis *et al.*, tal como foi referido na subsecção 2.2. Apesar de os resultados deste estudo diferirem ligeiramente de Leontidis *et al.*, os dados estão próximos daqueles obtidos por Aoki *et al.*, que utilizam um modelo baseado na equação de Boltzmann, baseando-se esta na teoria cinética de gases. Assim, existe segurança para se afirmar que o modelo numérico utilizado tem significado físico.

A tabela 3.10 descreve os erros majorados de ambas as soluções para as 3 geometrias apresentadas.

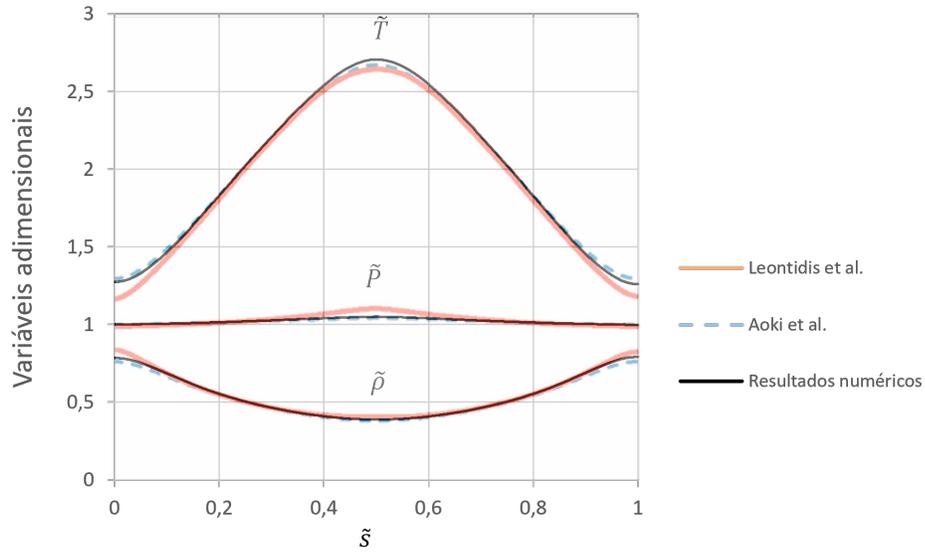


Figura 3.11: Curvas da temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki *et al.* e Leontidis *et al.*. As dimensões do estágio correspondem ao caso 1 da tabela 3.8.

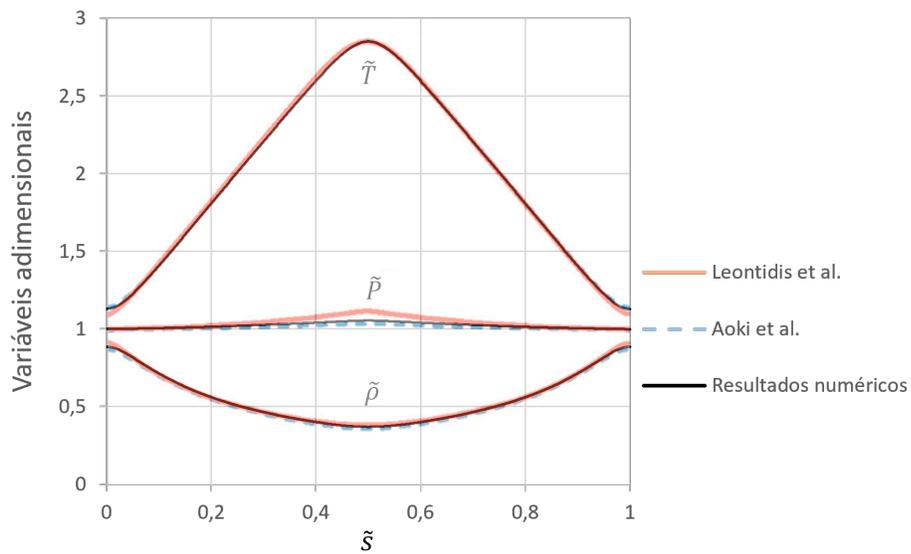


Figura 3.12: Curvas da temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki *et al.* e Leontidis *et al.*. As dimensões do estágio correspondem ao caso 2 da tabela 3.8.

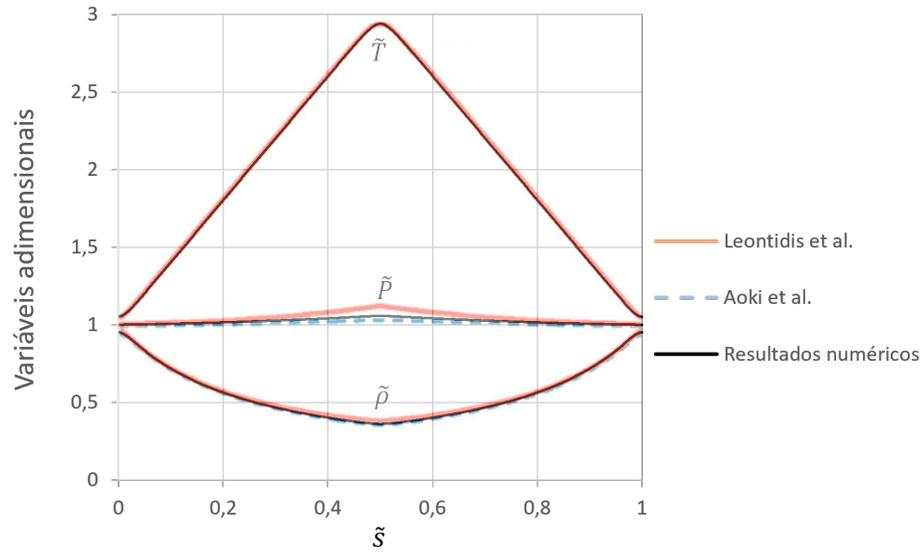


Figura 3.13: Curvas de temperatura, pressão e massa volúmica em função do eixo do canal para o presente estudo, com os dados de Aoki *et al.* e Leontidis *et al.*. As dimensões do estágio correspondem ao caso 3 da tabela 3.8.

Tabela 3.10: Erros majorados comparando as soluções deste trabalho com as de Aoki *et al.* e Leontidis *et al.*.

erro (%)	Caso 1		Caso 2		Caso 3	
	Aoki	Leontidis	Aoki	Leontidis	Aoki	Leontidis
T	0,8	10	1	5	≈ 0	≈ 0
p	1	5	2	5	3	6
ρ	3	5	9	12	3	6

Capítulo 4

4 Resultados

Este capítulo expõe os resultados obtidos pelo modelo numérico utilizado, onde se fez estudos paramétricos com vários parâmetros que possam influenciar o desempenho dos microcanais. Estudou-se o impacto que os mesmos têm sobre as variáveis de estudo, de forma a conhecer as configurações que maximizam o potencial dos microcanais.

Todos os resultados neste capítulo foram obtidos com condições de fronteira invariantes no tempo. As condições de fronteira de pressão, à entrada e saída, são idênticas. Desta forma, o escoamento é movido apenas pelo fenómeno da transpiração térmica (i.e.escorregamento térmico).

4.1 Canal retangular

Em relação ao canal retangular, estudou-se o efeito da variação da pressão, da temperatura, bem como o efeito da variação das dimensões do canal. Nas subsecções seguintes apresenta-se os estudos paramétricos e a influência das variáveis paramétricas nas variáveis de interesse. As variáveis paramétricas são as dimensões do microcanal, a pressão e a diferença de temperaturas. Apresenta-se também os resultados tanto na forma dimensional como adimensional, uma vez que a última permite condensar todos os resultados em uma única curva.

Para este estudo considerou-se apenas o escoamento do gás hélio, que possui as propriedades da tabela 4.1.

Tabela 4.1: Propriedades termofísicas do hélio. Valores retirados de [6, 7].

Parâmetro	Valor
μ_0	$1,865 \cdot 10^{-5} Pa \cdot s$
C_p	$5193 J/(kg \cdot K)$
R	$2077 J/(kg \cdot K)$
ω	0,66
K_λ	1,112
γ	5/3
Pr	2/3
σ_P	1,012
σ_T	1,175
ξ_T	1,86

4.1.1 Variação da temperatura e da pressão

Para o estudo da variação de temperatura e pressão, considerou-se um microcanal bidimensional retangular com um comprimento de $2000 \mu m$ e espessura de $2 \mu m$ ($\epsilon = 10^{-3}$). Considerou-se que a temperatura à entrada é a mesma ($T_{in} = 300K$) para todas as possibilidades das condições de temperatura

à saída e pressão. A diferença de temperaturas entre a saída e a entrada variou de 50 a 500K, enquanto que a pressão variou de 1 a 8 atm.

As variáveis dimensionais estudadas foram o caudal mássico e a velocidade do escoamento à saída do microcanal. Além disso, estudou-se o número de Reynolds em função do número de Knudsen e do número de Eckert, grupo adimensional que expressa a relação entre a energia cinética e a variação da entalpia.

Uma vez que o número de Reynolds e o caudal mássico estão relacionados, este torna-se um parâmetro adimensional cujo comportamento interessa conhecer. Os mesmos relacionam-se da seguinte forma:

$$Re = \frac{\bar{\rho} \cdot \bar{u}H}{\mu} = \frac{\dot{m}'}{\mu} \quad (4.1)$$

em que $\bar{\rho}$, \bar{u} e μ são parâmetros obtidos à saída do canal. O \dot{m}' representa o caudal mássico por unidade de largura.

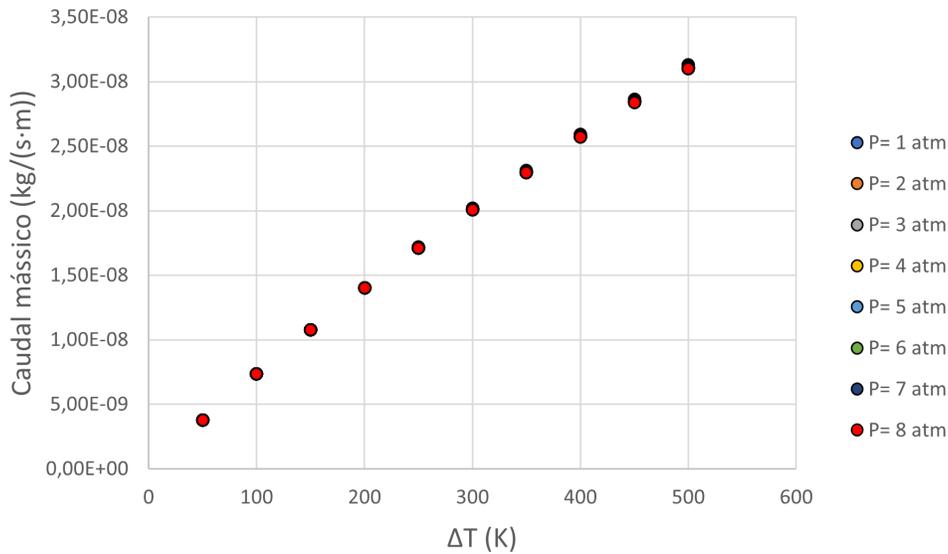


Figura 4.1: Caudal mássico por unidade de largura em função da diferença de temperaturas e pressão, para um canal com $\epsilon = 10^{-3}$.

A figura 4.1 expõe a relação do caudal mássico em função da diferença de temperaturas entre a entrada e a saída (ΔT) do canal, bem como as curvas a várias pressões. Observa-se a partir do gráfico que o caudal mássico cresce com ΔT . Este resultado está consistente com a condição de fronteira de escorregamento térmico, uma vez que o gradiente de temperatura longitudinal depende diretamente de ΔT (i.e. $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\Delta T}{L}$). Também se verifica que o caudal mássico é essencialmente independente da pressão imposta à entrada e saída, como concluído por Méolans *et al.* [6]. A equação 4.2 representa uma regressão polinomial de 2ª ordem calculada com os valores médios do caudal mássico para o intervalo de pressões considerado.

$$\begin{cases} \dot{m}' = -2,377 \times 10^{-14} \Delta T^2 + 7,351 \times 10^{-11} \Delta T + 2,236 \times 10^{-10} \\ p \in [1, 8] atm \\ \Delta T \in [50, 500] K \end{cases} \quad (4.2)$$

Observou-se na figura 4.2 que a velocidade média à saída do canal \bar{u} é influenciada pela variação da temperatura, o que é expectável com o fenómeno de escorregamento térmico, e pela variação da pressão. O aumento da temperatura na saída implica a diminuição da massa volúmica, e para que ocorra um aumento do caudal mássico (ver figura 4.1) é necessário que a velocidade média aumente acentuadamente para compensar a diminuição da massa volúmica. Por sua vez, ao fixarmos uma diferença de temperaturas, é possível observar que a velocidade média diminui com o aumento da pressão. Isto deve-se ao facto de o caudal mássico não depender da pressão, ao contrário da massa volúmica, que é dependente da mesma através da lei dos gases ideais. Assim, o aumento da pressão por um fator implica o mesmo aumento na massa volúmica, e para que o caudal mássico mantenha-se constante, a velocidade média tende a diminuir na mesma proporção.

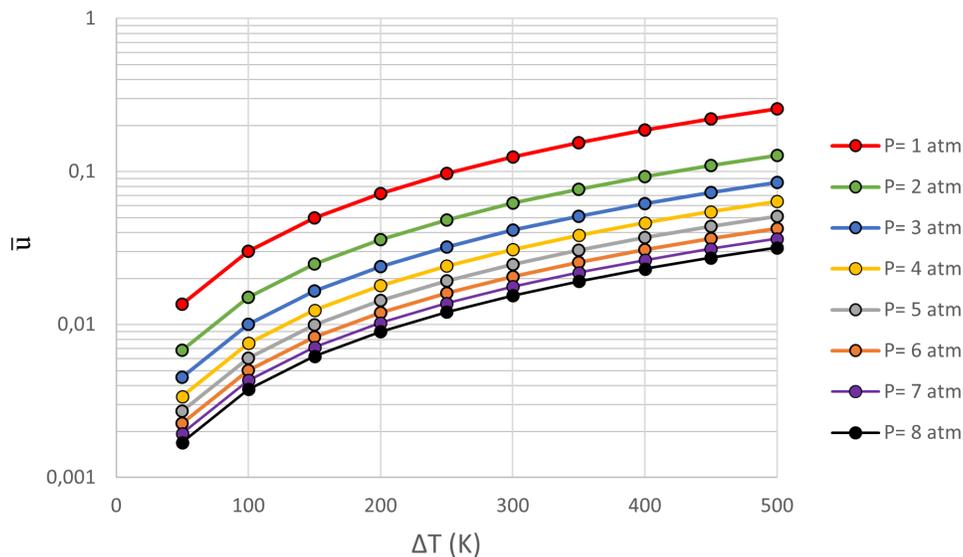


Figura 4.2: Velocidade média à saída do microcanal ($\epsilon = 10^{-3}$) em função da temperatura e pressão.

O gráfico da figura 4.3 representa o número de Reynolds em função do número de Eckert para várias pressões, e verifica-se que as curvas têm comportamentos semelhantes. O número de Eckert possui um parâmetro de entrada no denominador (ΔT) e um parâmetro de saída no numerador (\bar{u}) que está relacionado com o parâmetro de entrada. Por outras palavras, a velocidade média é função da diferença de temperaturas. Para uma determinada pressão, o incremento de ΔT faz aumentar o número de Eckert, como pode-se ver na figura 4.4. Com o aumento da temperatura na saída do canal a massa volúmica diminui, mas o caudal mássico aumenta. Assim, a velocidade média de saída tem um aumento significativo, como tal, o quociente entre a energia cinética e a variação de entalpia tende a aumentar com a variação da diferença de temperaturas do canal. Também verifica-se que o número de Reynolds aumenta com o número de Eckert, uma vez que o aumento da velocidade média é superior à diminuição da massa volúmica e ao aumento da viscosidade, ambos influenciados pela temperatura.

Ao fazer o quociente entre dois Eckerts (o Ec de qualquer pressão pelo Ec_M à pressão de referência máxima p_M , com as mesmas diferenças de temperatura) verifica-se que se obtém um fator de rácio de pressões ao quadrado, isto é

$$\frac{Ec_i}{Ec_M} = \left(\frac{p_M}{p_i}\right)^2 = p_i^{*-2}. \quad (4.3)$$

O fator p_i^{*-2} permite condensar todas as curvas numa única só, abrangendo qualquer número de Eckert e qualquer pressão. Esta condensação de todas as curvas encontra-se na figura 4.5.

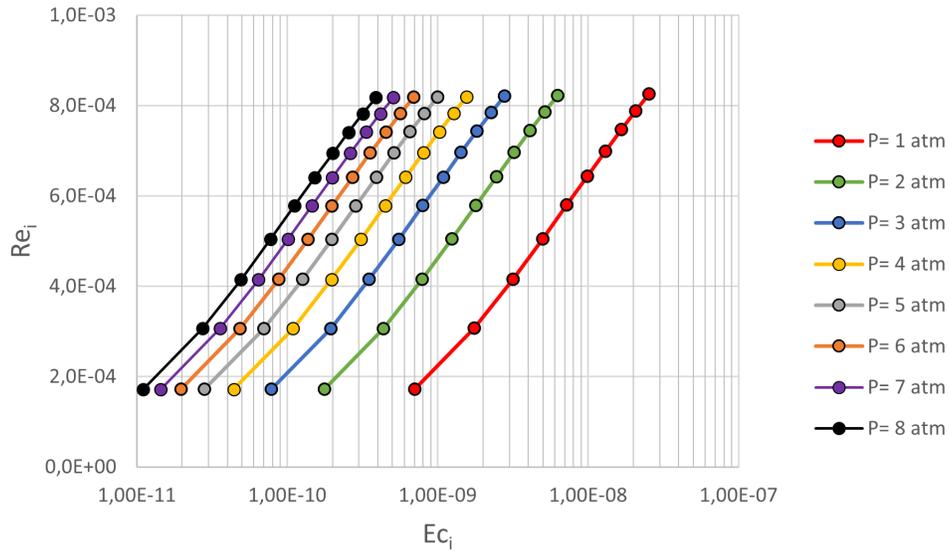


Figura 4.3: Curvas do número de Reynolds em função do número de Eckert, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

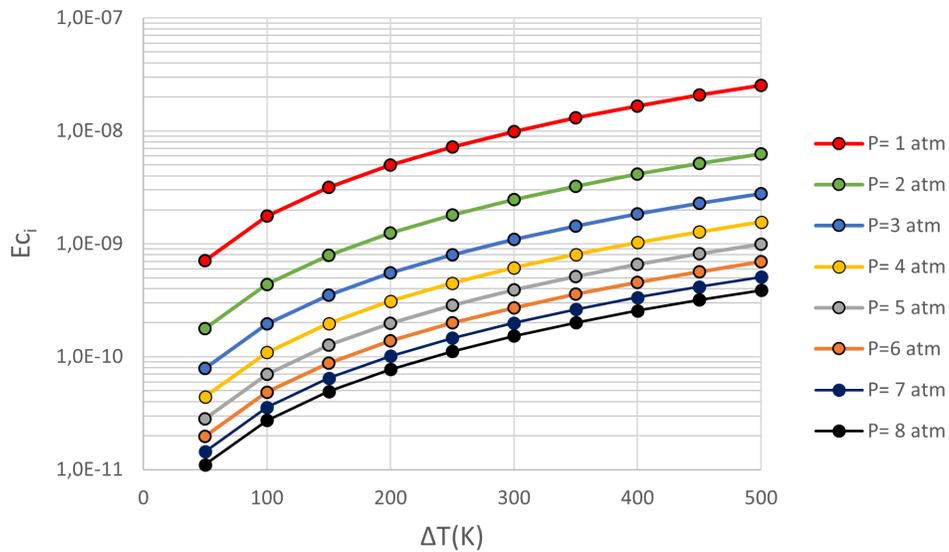


Figura 4.4: Curvas do número de Eckert em função da temperatura e pressão, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

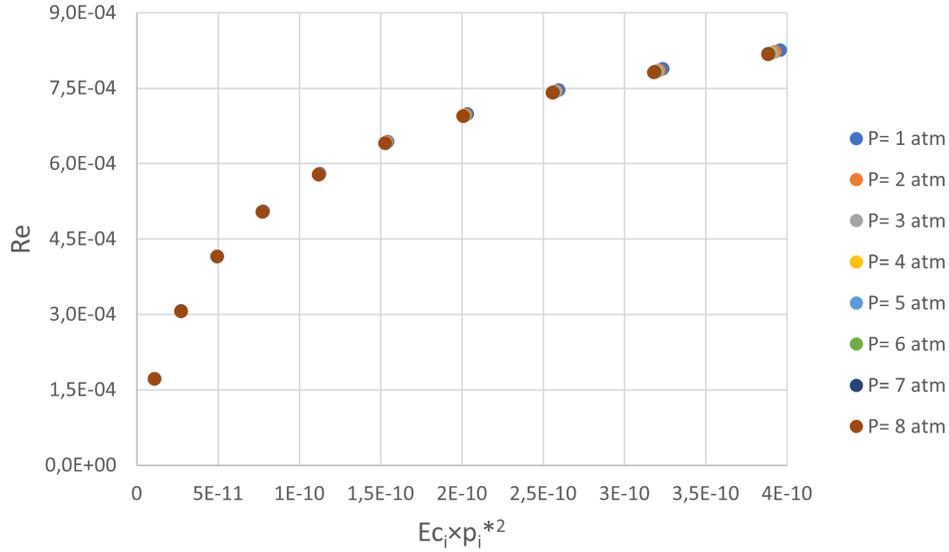


Figura 4.5: Curvas condensadas do número de Reynolds em função de $Ec_i p_i^{*2}$, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

$$\begin{cases} Re = 0,0002 \ln(Ec_i p_i^{*2}) + 0,0049 \\ p_i^* \in [\frac{1}{8}, 1] \\ Ec_i p_i^{*2} \in [10^{-11}, 4 \cdot 10^{-10}] \end{cases} \quad (4.4)$$

A equação (4.4) representa uma regressão logarítmica para os dados da figura 4.5, com os devidos intervalos válidos para o estudo efetuado. A partir desta regressão é possível obter as curvas individuais da figura 4.3, utilizando as propriedades da função logarítmica.

É conveniente também estudar a forma como o número de Reynolds varia com a rarefação, ou seja, o efeito do número de Knudsen. Assim, as figuras 4.6 e 4.8 apresentam o comportamento entre estes dois parâmetros, sendo a segunda generalizada para todas as pressões.

Na figura 4.6 constata-se que o número de Reynolds cresce com o número de Knudsen para uma dada pressão, com o aumento da variação de temperaturas no canal (ΔT). A figura 4.7 descreve a dependência do número de Knudsen com a pressão e a diferença de temperaturas. Assim conclui-se que o aumento das forças inerciais é mais expressivo que o aumento das forças viscosas gerado pelo aumento da rarefação devido à temperatura. O aumento da pressão diminui a rarefação (Kn), no entanto não altera o número de Reynolds, pois o produto da massa volúmica pela velocidade média é constante (caudal mássico constante para o mesmo ΔT).

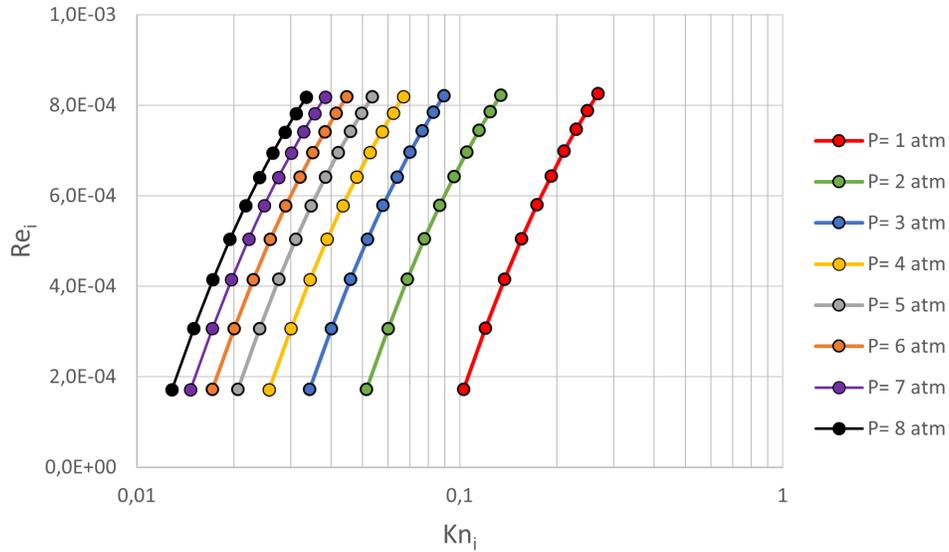


Figura 4.6: Curvas do número de Reynolds em função do número de Knudsen para pressões distintas, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

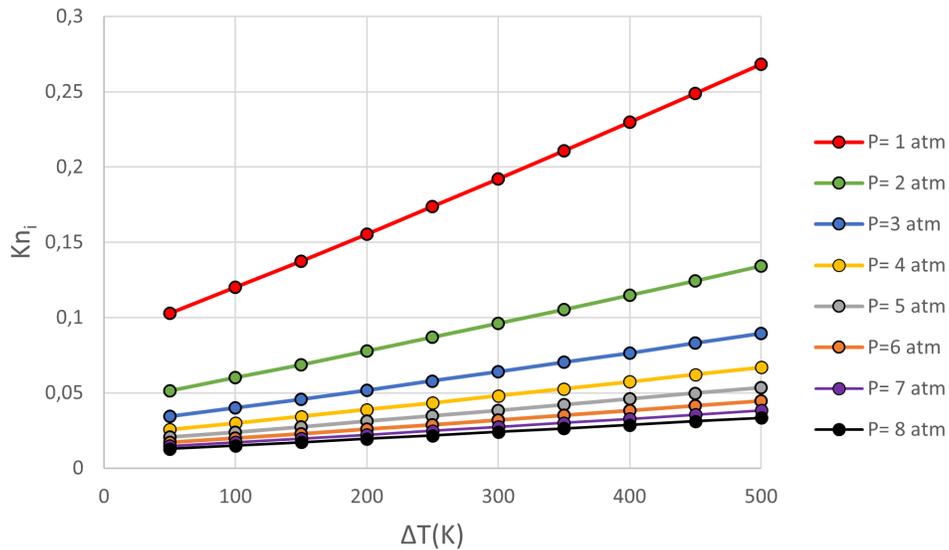


Figura 4.7: Representação do número de Knudsen em função da temperatura e pressão, com base na equação 2.10, com $\epsilon = 10^{-3}$.

Procedeu-se à mesma análise feita para a equação (4.4) e o gráfico da figura 4.5, em que se identificou o parâmetro adimensional que permite condensar todas as curvas de Re em função de Kn , para qualquer pressão. Este parâmetro é o mesmo que definido anteriormente, p^* , e foi obtido fazendo o quociente entre Kn_i e Kn_M de referência à pressão máxima, p_M . Assim, obtém-se o comportamento do parâmetro Re em função do Kn para os intervalos de valores apresentados na equação (4.5). Esta representa a regressão polinomial de 2º grau que melhor se ajusta aos valores numéricos obtidos. Ainda, é possível recuperar as

curvas individuais às várias pressões substituindo os respectivos valores de p_i^* .

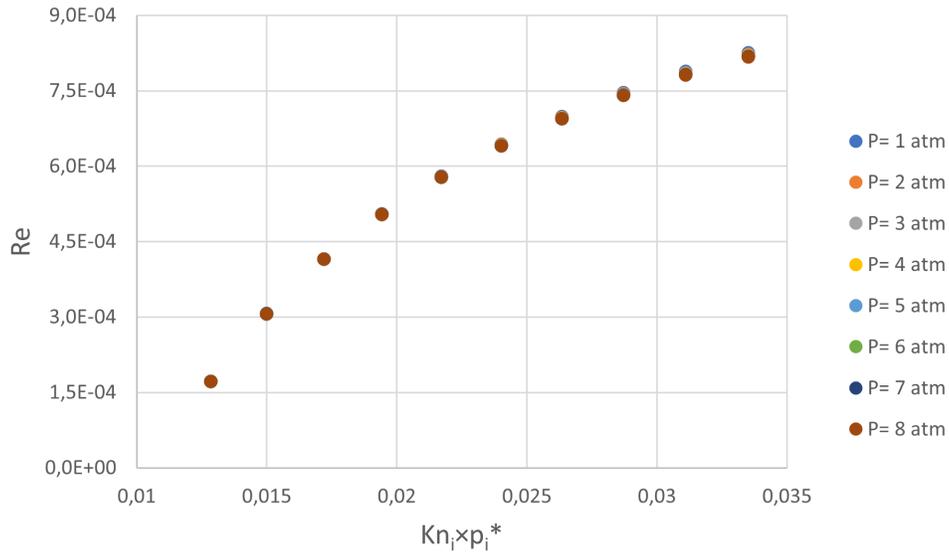


Figura 4.8: Curvas condensadas do número de Reynolds em função de $Kn_i p_i^*$, para várias pressões, obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

$$\begin{cases} Re = -1,166(Kn_i \cdot p_i^*)^2 + 0,084(Kn_i \cdot p_i^*) - 0,0007 \\ p_i^* \in [\frac{1}{8}, 1] \\ Kn_i \cdot p_i^* \in [0,012; 0,034] \end{cases} \quad (4.5)$$

Variação da temperatura à entrada do microcanal

Para averiguar se existem diferenças nos parâmetros como o caudal mássico e o número de Reynolds, considerou-se agora fixar a temperatura à saída ($T_{out} = 800K$) e diminuir a temperatura de entrada progressivamente a partir do parâmetro ΔT . Assim, a única diferença existente nestes dois problemas é o perfil de temperaturas ao longo da parede.

A figura 4.9 representa os perfis de caudal mássico em função da diferença de temperaturas para as duas situações, com a temperatura fixa à entrada e com a temperatura fixa à saída, e verificou-se que para os mesmos gradientes longitudinais de temperatura o caudal mássico é superior na situação em que se fixa a temperatura à entrada. Isto dever-se-á ao facto de quando a temperatura à entrada está fixa, a temperatura média do escoamento é inferior do que a temperatura média em que a temperatura é constante à saída. Nestas condições, é possível inferir que em escoamentos com temperaturas superiores a viscosidade dinâmica também é superior, o que afeta os perfis de velocidades, de tal modo que o caudal mássico diminui. Outro fator que diminui o caudal mássico é a massa volúmica, que é menor para temperaturas superiores. O desvio máximo que se observa é de 25,5 %, um valor considerável que permite conhecer a configuração das temperaturas que maximiza o desempenho do canal.

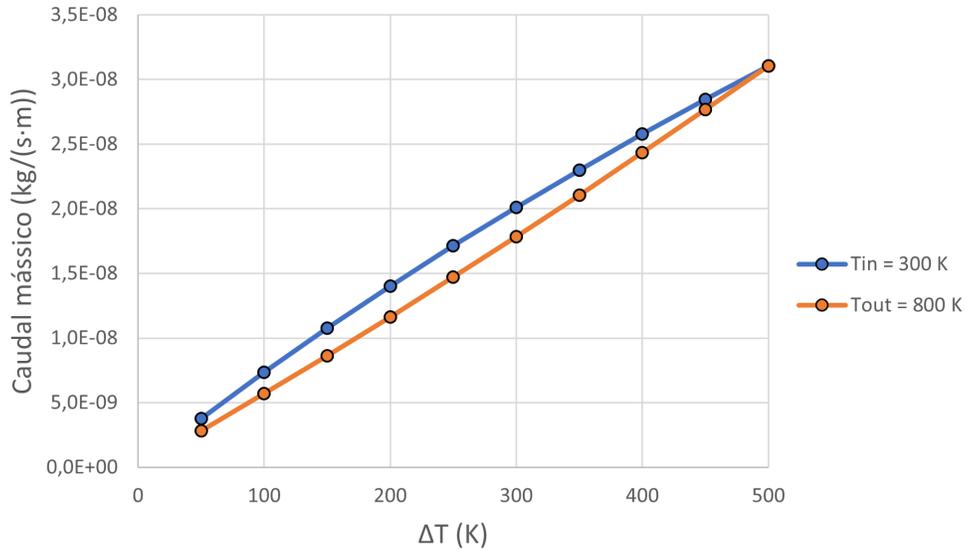


Figura 4.9: Perfis de caudal mássico em função da diferença de temperaturas quando se fixa a temperatura à entrada ou à saída. Obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$, operado à pressão de 4 atm.

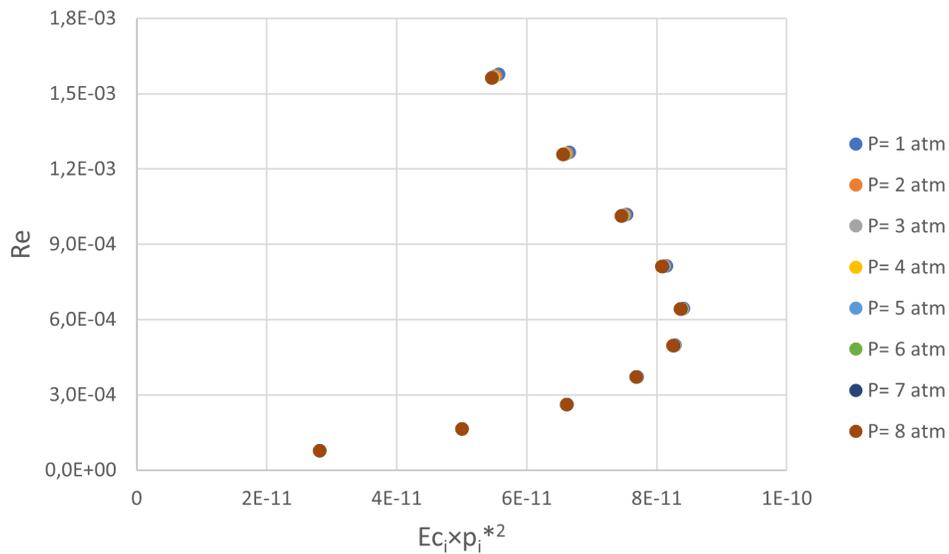


Figura 4.10: Curvas condensadas do número de Reynolds em função do produto $Ec_i p_i^{*2}$, a várias pressões. Obtido à entrada do microcanal, com $\epsilon = 10^{-3}$.

A figura 4.10 descreve o número de Reynolds em função do produto $Ec_i p_i^{*2}$ à entrada do microcanal. Observa-se um comportamento peculiar: com o aumento do número de Reynolds, o número de Eckert atinge um valor máximo que expressa o máximo do quociente da energia cinética com a variação da entalpia. Isto indica que a um determinado ΔT a velocidade do escoamento à entrada começa a diminuir, no entanto a massa volúmica neste caso aumenta com a diminuição da temperatura da entrada de tal forma que esta passa a ser a maior contribuição para o caudal mássico. Como consequência, a velocidade

deixa de aumentar a partir de um determinado ΔT . Este comportamento está descrito na figura 4.11. O produto das curvas normalizadas da massa volúmica pela velocidade resulta na curva do caudal mássico normalizado.

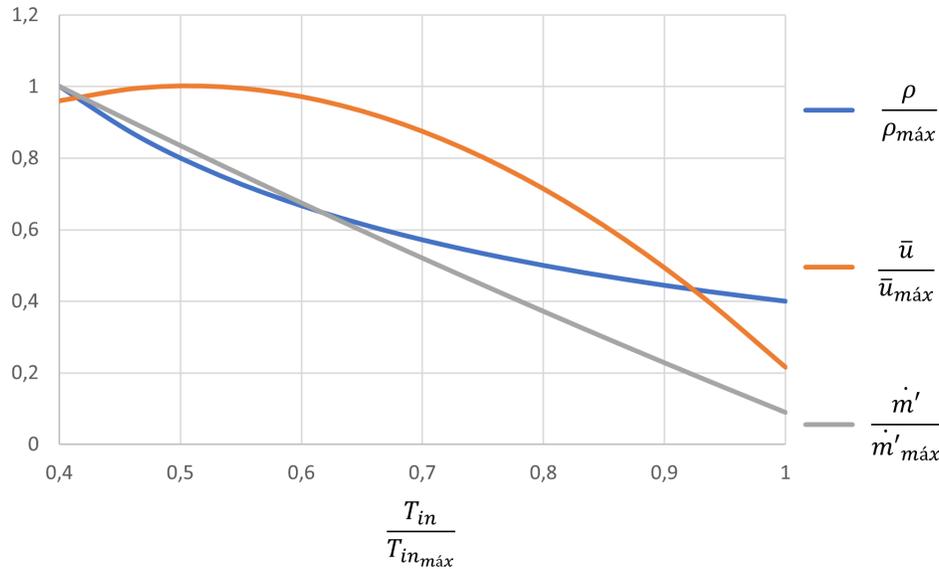


Figura 4.11: Curvas normalizadas do caudal mássico, velocidade média e massa volúmica à entrada do microcanal, em função da temperatura normalizada à entrada do microcanal. Obtido para um microcanal com $\epsilon = 10^{-3}$.

Em suma, é mais vantajoso aumentar os gradientes de temperatura mantendo temperaturas mais baixas à entrada. Assim, além de se obter maior caudal mássico, depende-se de menos energia para manter as condições de funcionamento (temperatura) mais elevadas. Ou seja, operar a temperaturas mais baixas tem um custo menor de energia, e o desempenho é maior do que operar a temperaturas maiores para os mesmos gradientes de temperatura. Além disso, é mais prudente operar a temperaturas mais baixas de modo a preservar as propriedades do material do microcanal.

4.1.2 Variação do alongamento do canal

Nesta seção avaliou-se o efeito da variação do rácio de dimensões (ϵ) ao alterar a altura e/ou o comprimento do mesmo. Pretende-se verificar se existem diferenças no caudal mássico e/ou número de Reynolds ao fazer um estudo paramétrico para cada uma dessas variáveis. Primeiramente, realizou-se um estudo paramétrico para pressões entre 1 a 8 atm, para espessuras H de 1 até 8 μm , considerando como variável independente o rácio de dimensões. Considerou-se que a entrada do canal encontra-se a 300K, e a diferença de temperaturas das extremidades do canal também é 300K. Os resultados estão expostos na figura 4.12, onde obtém-se várias curvas sobrepostas umas às outras. Assim, o número de Reynolds é apenas função do rácio de dimensões, não dependendo da pressão nem das dimensões do microcanal.

Para rácios de dimensões iguais, e para dimensões diferentes, o número de Reynolds mantém-se o mesmo porque ao escalar o comprimento por um fator, os gradientes de temperatura são proporcionais ao inverso do mesmo fator, bem como a velocidade. Para manter o mesmo valor de ϵ , a altura do canal H tem de ser escalada da mesma forma, e assim, o número de Reynolds mantém-se o mesmo, uma vez que

existe um cancelamento de proporções. Estas considerações são observáveis no conjunto de equações (4.6). Conclui-se assim que o número de Reynolds depende exclusivamente do parâmetro ϵ , de modo que é possível fazer um estudo paramétrico variando ambos os parâmetros das dimensões do microcanal, ou somente um deles (H ou L). Note-se que este fenómeno ocorre porque os intervalos de temperatura (ΔT) são os mesmos para todas as dimensões utilizadas, e assim as propriedades do gás mantêm-se as mesmas no microcanal.

Como o número de Knudsen para o regime considerado é limitado, e tendo em conta a pressão e a gama de temperaturas utilizada, a dimensão característica H está reduzida a certos valores, impedindo a criação de microcanais muito espessos. Como tal, é preferível fixar os valores das espessuras e variar o comprimento do canal, de modo a estudar o escoamento.

A figura 4.12 apresenta resultados para rácios de dimensões entre 10^{-4} e 0,6.

$$\begin{cases} Re \propto u \propto \frac{\Delta T}{L} \\ Re \propto H \\ \epsilon = \frac{H}{L} \end{cases} \quad (4.6)$$

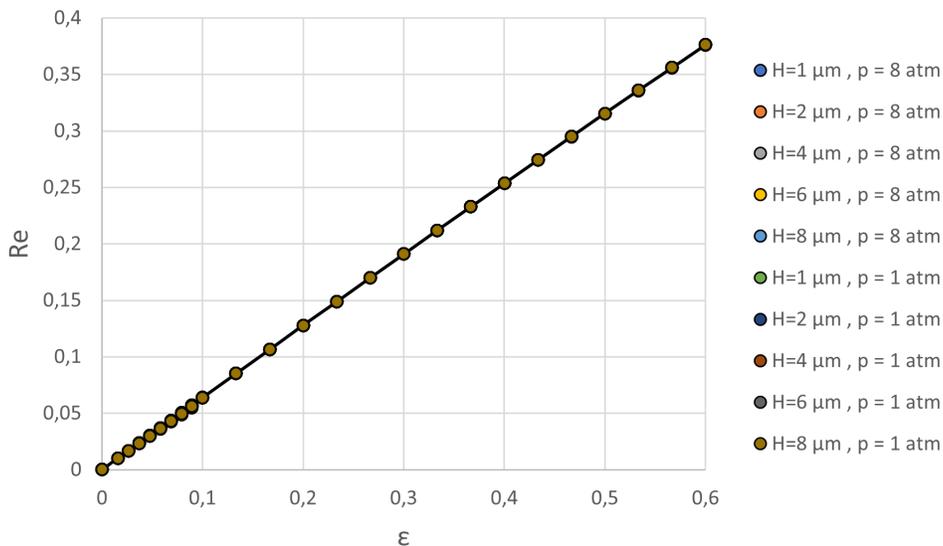


Figura 4.12: Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, para diferentes espessuras e pressões. Obtido com uma diferença de temperaturas de $300K$.

Com a variação do comprimento observa-se pela figura 4.13 que o caudal mássico decresce com o seu aumento, para várias diferenças de temperatura. O gráfico da figura foi obtido para uma pressão de $1 atm$ e uma espessura de $2 \mu m$. Este efeito justifica-se pelo facto do aumento do comprimento diminuir o efeito da transpiração térmica, uma vez que os gradientes de temperaturas decrescem. Assim, de acordo com a condição de fronteira da velocidade de escorregamento, a velocidade do escoamento diminui. Por conseguinte, obtém-se valores inferiores do caudal mássico.

O caudal mássico apresenta um comportamento proporcional a $1/L$. Por outro lado, também se conclui a partir da figura 4.13, uma vez mais, que o caudal mássico aumenta com o aumento de ΔT .

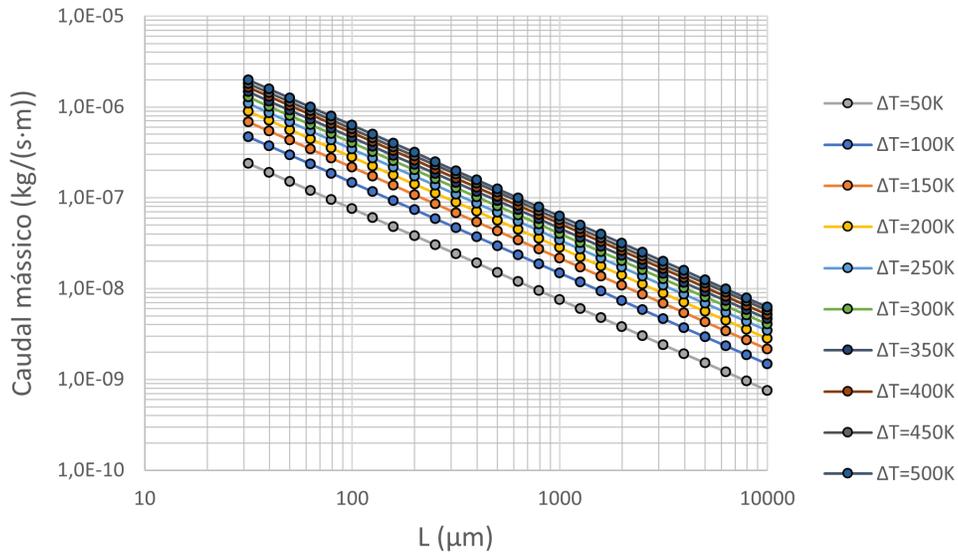


Figura 4.13: Curvas do caudal mássico em função do comprimento do microcanal e das diferenças de temperaturas nas suas extremidades. Obtido para uma pressão de 1 atm e uma espessura de 2 μm.

Como todas as variáveis que Re engloba estão relacionadas com a temperatura à saída, pode-se concluir que o aumento de ΔT provoca uma alteração nas variáveis de modo que Re aumente. Entende-se assim, que o aumento do escorregamento térmico implica o aumento da velocidade, que é superior ao efeito combinado da diminuição da massa volúmica e do aumento da viscosidade. Por sua vez, verifica-se novamente que o Re_i cresce linearmente com o rácio de dimensões, o que é expectável, uma vez que para menores comprimentos (maiores ϵ) o gradiente térmico é superior, aumentando a velocidade do escoamento. Estes comportamentos são observáveis na figura 4.14.

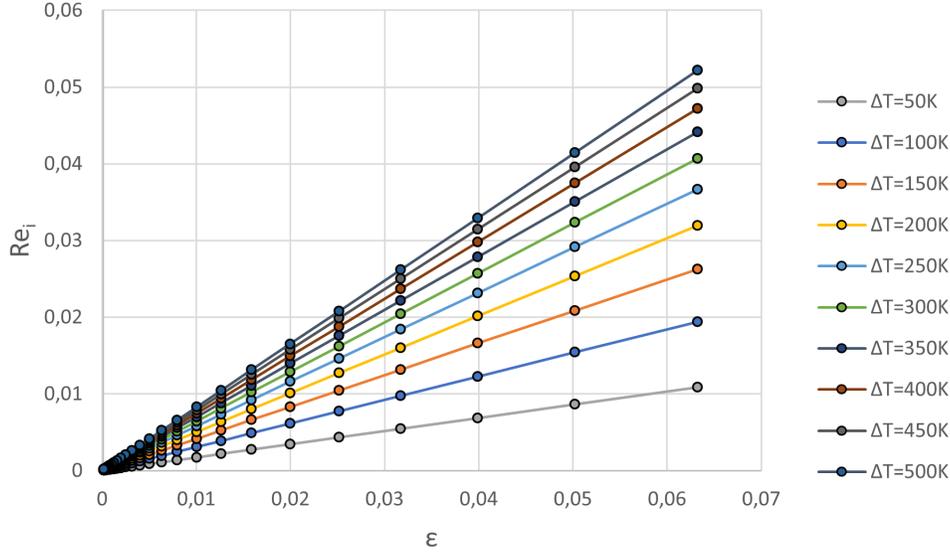


Figura 4.14: Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões ϵ , para várias diferenças de temperatura. Obtido para a pressão de 1 atm.

É útil englobar todas as curvas de $Re_i = f(\Delta T, \epsilon)$ numa única curva, de modo a obter uma correlação geral para qualquer valor de ϵ e ΔT . O fator que permite condensar todas as curvas de Re_i é $\frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*}$, e o produto deste fator com Re_i está representado na figura 4.15, para os respetivos intervalos do rácio de dimensões e da velocidade adimensional u_i^* . A correlação que permite obter esta curva está expressa na equação (4.10). A partir desta, pode-se obter a curva de Re_i específica para uma determinada diferença de temperaturas. Para isto, deve-se fazer o quociente da correlação com o fator $\frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*}$, em que $u_i^* = \frac{u_i}{u_M}$ e $T_i^* = \frac{T_i}{T_M}$, sendo T_i e T_M as temperaturas de saída e a temperatura máxima à saída do canal, respetivamente, e u_i e u_M as velocidades correspondentes a T_i e a T_M , respetivamente. Além disso, para tornar o fator $\frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*}$ apenas dependente da temperatura, achou-se a expressão de u_i^* , assumindo a forma:

$$u_i^* = \frac{u_i}{u_M} = \left(\frac{T_i}{T_M} \right)^{f(\Delta T_i)} \quad (4.7)$$

em que $f(\Delta T)$ foi calculado a partir de uma regressão de potência, que resulta em

$$f(\Delta T_i) = 7,2296 \Delta T_i^{-0,184}. \quad (4.8)$$

Deste modo, a equação (4.7) fica reescrita na forma da equação (4.9):

$$\begin{cases} u_i^* = \frac{u_i}{u_M} = \left(\frac{T_{in} + \Delta T_i}{T_M} \right)^{7,2296 \Delta T_i^{-0,184}} \\ T_{in} = 300K \\ T_M = 800K \\ \Delta T_i \in [50, 500]K \end{cases} \quad (4.9)$$

Por último, a correlação que permite condensar todas as curvas de Re_i em função de ϵ e ΔT é escrita da seguinte maneira:

$$\begin{cases} Re_i \frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*} = 0,8252\epsilon \\ T_i^* = \frac{T_i}{T_M} = \frac{T_{i_n} + \Delta T_i}{T_M} \\ \epsilon \in [0,0002; 0,0633] \\ u_i^* \in [0,0528; 1] \end{cases} \quad (4.10)$$

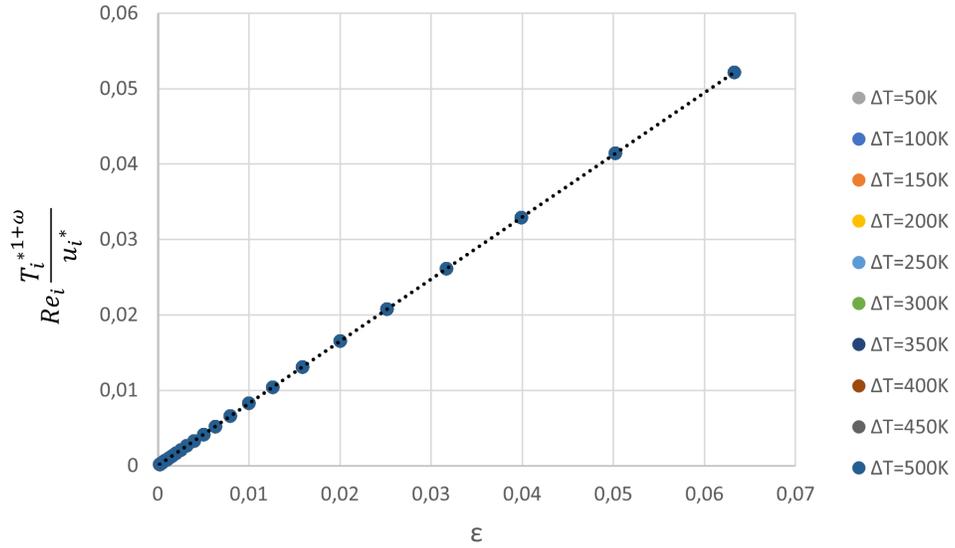


Figura 4.15: Uniformização das curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, através do fator $\frac{T_i^{*1+\omega}}{u_i^*}$. Obtido para a pressão de 1 atm.

4.2 Canal curvilíneo

Considerou-se agora uma geometria semicircular como representado na figura 4.16, de modo a estudar o efeito da curvatura sobre o escoamento. Aplicou-se a mesma análise utilizada para o canal retangular, onde estudou-se o efeito da pressão, da variação de temperatura e as dimensões do microcanal, comparando em simultâneo os resultados de ambas as geometrias. Esta análise permite entender as condições nas quais o desempenho do microcanal curvilíneo é superior ao microcanal retilíneo. Considerou-se o mesmo gás, hélio, com as propriedades descritas na tabela 4.1.

Iniciou-se o estudo para alguns rácios de dimensões, fazendo variar as diferenças de temperatura e a pressão do escoamento. Após esta análise aprofundou-se o impacto dos parâmetros geométricos, utilizando valores limites e/ou intermédios dos intervalos de temperatura e pressão.

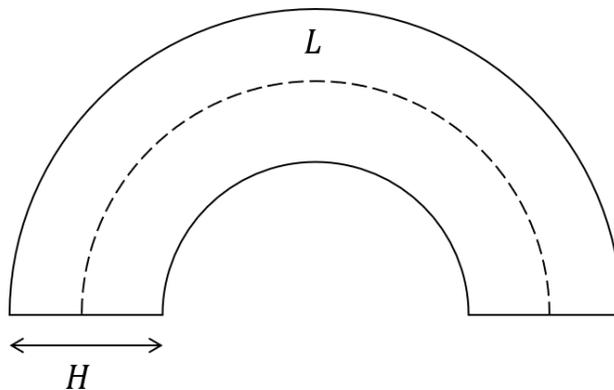


Figura 4.16: Geometria do microcanal curvilíneo, sendo H e L a espessura e o comprimento do eixo do microcanal, respetivamente.

4.2.1 Variação da temperatura e da pressão

A fim de realizar uma análise do impacto da variação da temperatura e da pressão, considerou-se três microcanais curvilíneos com rácios de dimensões específicos: $\epsilon = 0,001$, $\epsilon = 0,2$ e $\epsilon = 0,5$.

Verificou-se no canal retilíneo que o quociente de aumento de velocidades a pressões diferentes é igual ao respetivo quociente de diminuição das pressões, ou seja, as proporções são as mesmas. No canal curvilíneo verifica-se o mesmo para rácios de dimensões pequenos (e.g. $\epsilon = 10^{-3}$), contudo, para rácios de dimensões altos (e.g. $\epsilon = 0,5$) o quociente de velocidades deixa de ser igual ao quociente das pressões, passando o fator a tomar um valor diferente. A figura 4.17a apresenta o perfil médio de velocidades à saída do canal curvilíneo para um rácio de dimensões de 0,5. Verifica-se que, por exemplo, para uma diferença de temperaturas de $500K$, ao aumentar a pressão de 1 para $2 atm$, a velocidade média decresce menos de metade, sendo o fator de diminuição menor que $\frac{1}{2}$. Como consequência, o produto de ρ (figura 4.17b) por \bar{u} não é constante de pressão para pressão.

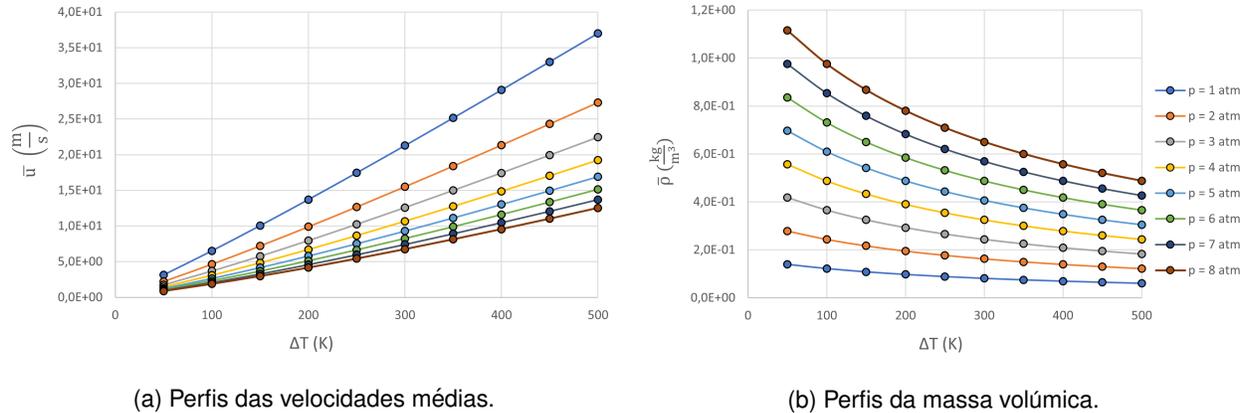


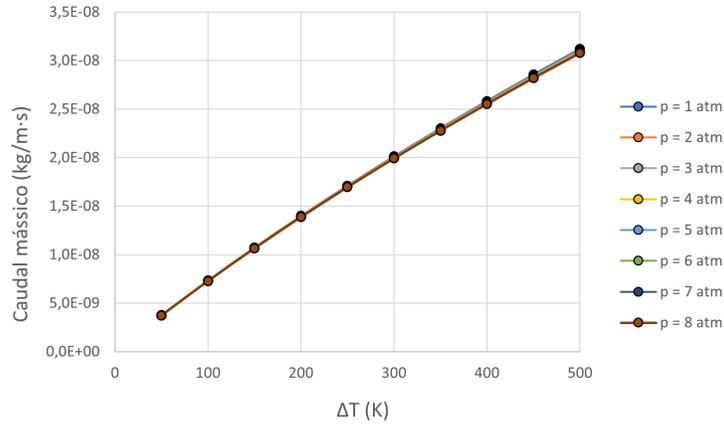
Figura 4.17: Curvas obtidas em função da diferença de temperaturas e pressão à saída do microcanal, para um $\epsilon = 0,5$ e espessura de $2 \mu m$.

À medida que o canal curvilíneo se torna menos alongado (ϵ superiores) a pressão começa a afetar o caudal mássico, como representado na figura 4.18b e 4.18c. O caudal mássico altera-se cada vez mais com a pressão do escoamento, ou seja, quanto menor for o alongamento, maior será a variação do caudal mássico com a variação da pressão.

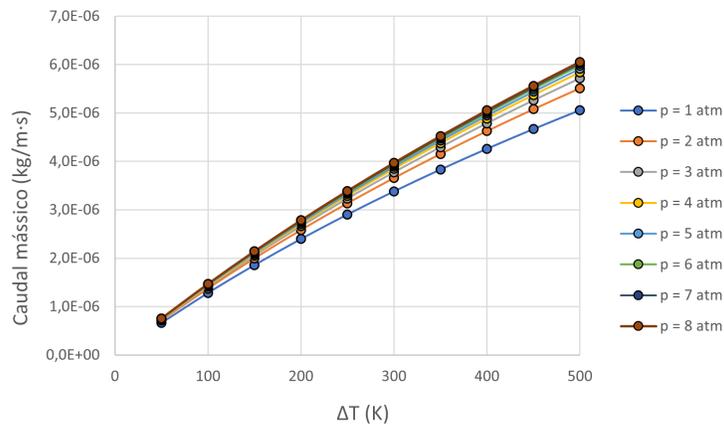
O mesmo comportamento ocorre para o número de Reynolds. Para grandes alongamentos ($\epsilon \ll 1$) este número não é função da pressão. Já para ϵ da ordem de 10^{-1} , o número de Reynolds começa a ser afectado. A figura 4.19 (casos b e c) e 4.20 (casos b e c) apresentam comportamentos diferentes do caso a, onde $\epsilon = 10^{-3}$.

Na imagem 4.19, constata-se que, para uma determinada pressão, à medida que o número de Eckert aumenta, o número de Reynolds também aumenta. Isto verifica-se para o caso do microcanal retilíneo e curvilíneo, com qualquer alongamento (casos a,b,c), e a razão para a ocorrência deste fenómeno está explicada na secção 3.1.1. Por sua vez, no caso da figura 4.19a, o aumento da pressão diminui o número de Eckert, mas não o número de Reynolds. O mesmo não se verifica nos casos b e c, em que com as mesmas diferenças de temperatura, a pressão permite que o produto entre a massa volúmica e a velocidade média do escoamento não sejam constantes. Este produto ($\bar{\rho} \cdot \bar{u}$) aumenta com a pressão, e é mais acentuado quanto maior for o rácio de dimensões (ϵ). Assim, retém-se que o número de Reynolds é tanto maior quanto maior for a pressão, a diferença de temperaturas e o rácio de dimensões. Quanto aos gráficos a,b e c, da figura 4.20, observa-se o mesmo comportamento que no estudo do número de Reynolds em função do número de Eckert e da pressão.

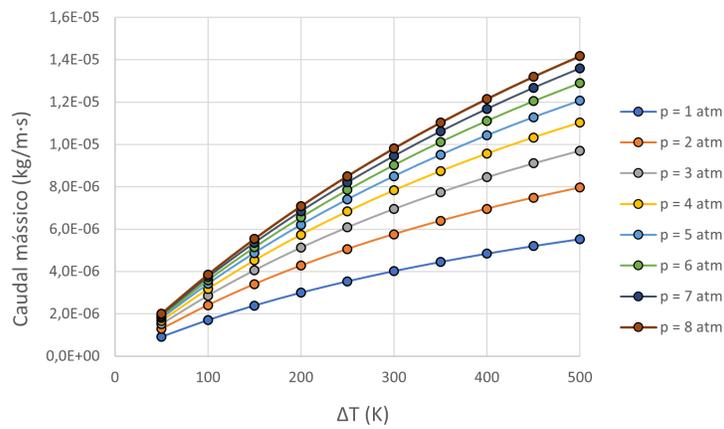
As equações 4.11 são correlações obtidas para as curvas de Re_i com um alongamento de 0,5, em que os coeficientes (A,B,C,D,E) estão discriminados na tabela 4.2 para as pressões simuladas numericamente, e as equações (4.16) são correlações dos coeficientes em função da pressão para o intervalo de pressões utilizado.



(a)

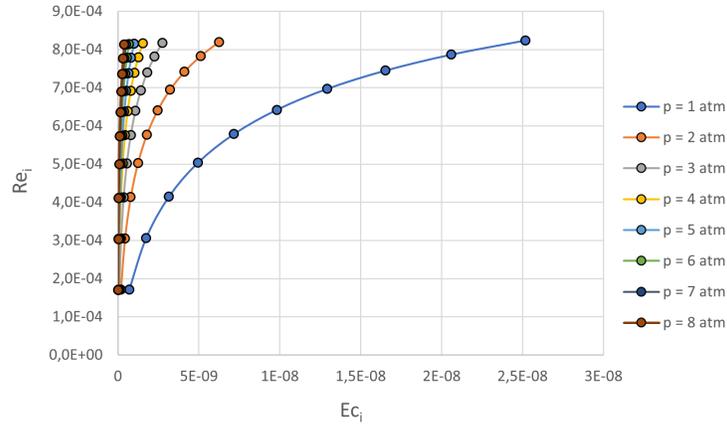


(b)

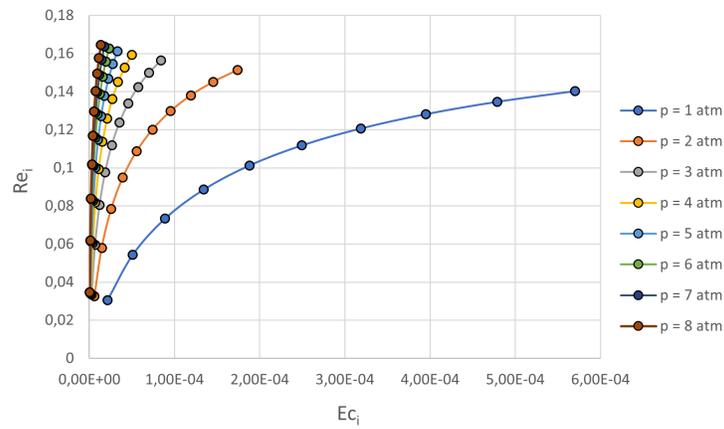


(c)

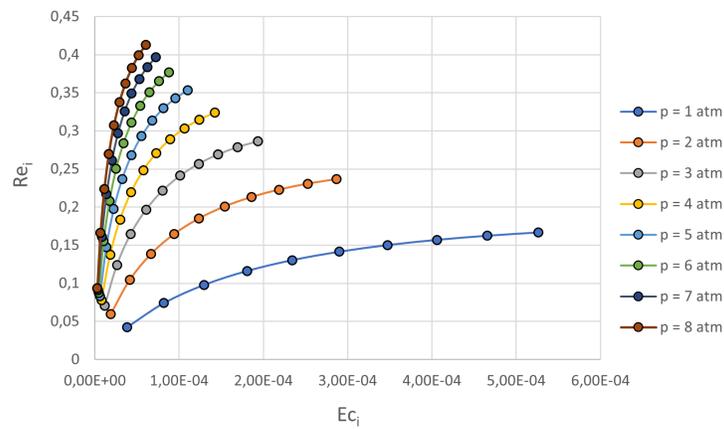
Figura 4.18: Curvas do caudal mássico em função de ΔT e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (c) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de $2 \mu m$.



(a)

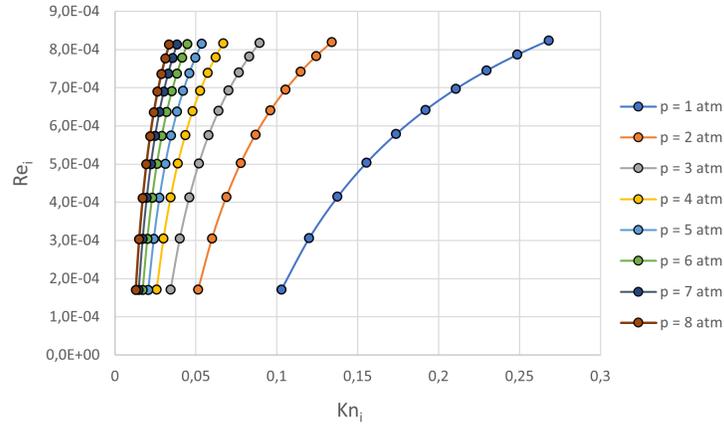


(b)

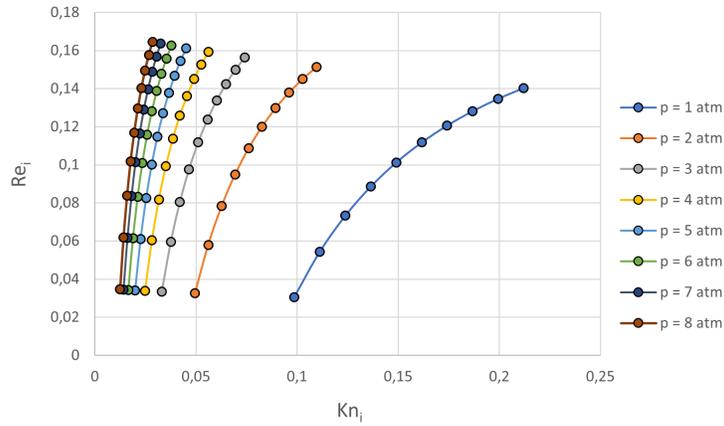


(c)

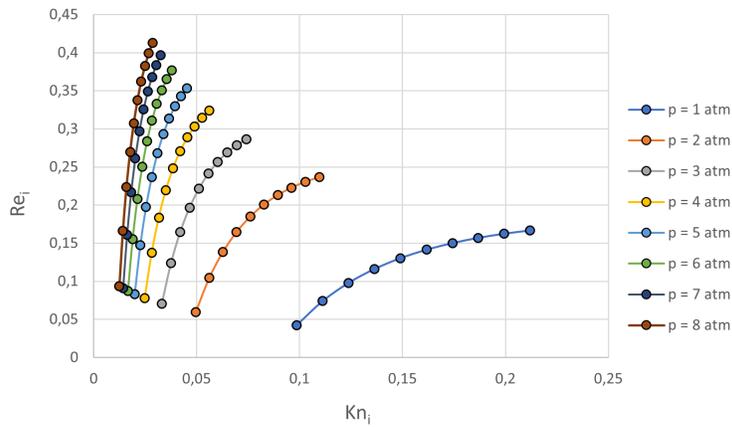
Figura 4.19: Curvas do número de Reynolds em função do número de Eckert e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (a) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de $2 \mu m$.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.20: Curvas do número de Reynolds em função do número de Knudsen e da pressão, para: (a) $\epsilon = 0,001$; (b) $\epsilon = 0,2$; (c) $\epsilon = 0,5$; todos com uma espessura de $2 \mu m$.

$$\begin{cases} Re_i = A \cdot \ln Ec_i + B \\ Re_i = CKn^2 + DKn + E \\ \Delta T \in [50; 500]K \\ p \in [1, 8]atm \end{cases} \quad (4.11)$$

Tabela 4.2: Valores dos coeficientes A, B, C, D e E, do conjunto de equações 4.11.

p_i (atm)	A	B	C	D	E
1	0,0491	0,5391	-9,8287	4,0822	-0,2602
2	0,0676	0,7916	-50,7000	10,8390	-0,3469
3	0,0802	0,9756	-129,4100	18,8420	-0,4044
4	0,0893	1,1183	-247,5500	27,4920	-0,4449
5	0,0962	1,2332	-405,4400	36,5140	-0,4748
6	0,1016	1,3286	-603,0900	45,7700	-0,4977
7	0,1060	1,4097	-840,3900	55,1810	-0,5158
8	0,1097	1,4797	-1117,2000	64,7010	-0,5304

$$\begin{cases} A = -0,0011p^2 + 0,0183p + 0,0338 \\ B = -0,0139p^2 + 0,2544p + 0,3196 \\ C = -19,749p^2 + 19,658p - 10,313 \\ D = 0,2002p^2 + 6,9581p - 3,4895 \\ E = 0,0054p^2 - 0,0849p - 0,1902 \\ p \in [1, 8]atm \end{cases} \quad (4.12)$$

4.2.2 Variação do alongamento do canal

Tendo em conta os resultados da secção anterior, e uma vez que o rácio de dimensões do canal tem impacto sobre os resultados, realizou-se um estudo mais aprofundado sobre a implicação dos parâmetros geométricos sobre o escoamento. Assim, pretende-se averiguar de que forma o alongamento afecta o número de Reynolds, uma vez que para rácios de dimensões maiores, a curvatura do canal é mais expressiva.

Nesta análise mais aprofundada principiou-se o estudo para rácios de dimensões entre 10^{-3} a 10^{-1} . Simulou-se os escoamentos para espessuras do canal de $1\mu m$ e de $8\mu m$, operando a pressões de 1 e 8 atm, mantendo a mesma variação de temperatura entre a entrada e saída do microcanal (300K), sendo a temperatura à entrada 300K. A figura 4.21 apresenta o número de Reynolds em função do rácio de dimensões para as combinações das duas espessuras e das duas pressões. Observa-se que para rácios de dimensões inferiores a 0,05, o número de Reynolds é apenas função dos mesmos. Para valores superiores a 0,05 existe um desvio das curvas, demonstrando assim que o número de Reynolds é função da pressão e das dimensões do microcanal. Também se verifica que, para qualquer condição, o número de Reynolds tende a aumentar com o aumento do rácio de dimensões.

Em suma, pode-se concluir que para ϵ grandes, o microcanal curvilíneo deixa de apresentar um comportamento semelhante ao canal retilíneo.

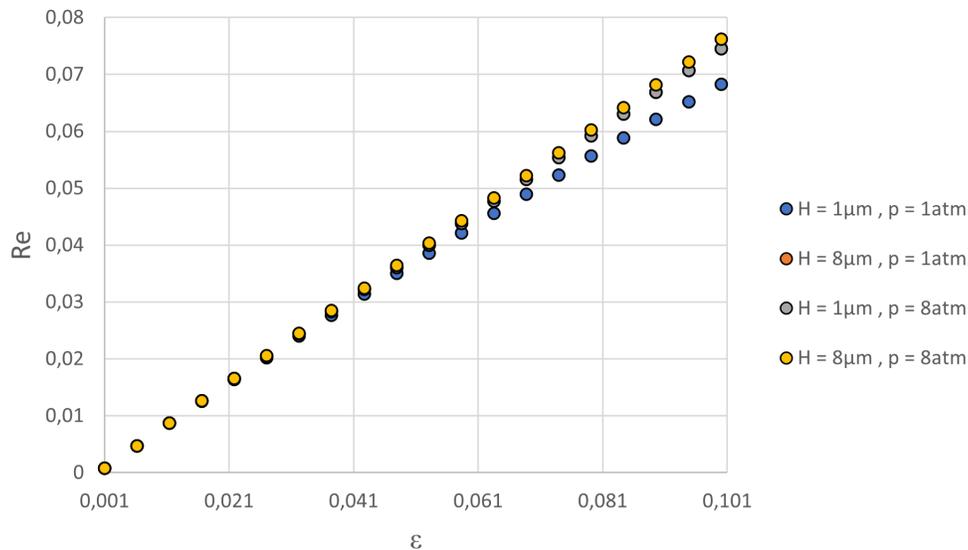


Figura 4.21: Dados do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, espessura e pressão do escoamento, obtidas para uma diferença de temperaturas de $300K$. Os pontos a cinzento e a laranja estão sobrepostos devido à semelhança dos escoamentos.

Uma vez que o número de Reynolds é tanto maior quanto maior for o rácio de dimensões, e para estes, o aumento da curvatura tem maior influência no escoamento, então decidiu-se analisar o escoamento no intervalo de ϵ entre 0,1 e 0,6.

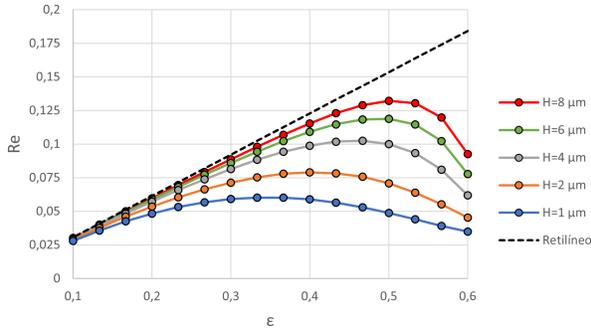
A figura 4.22 representa o comportamento do número de Reynolds em função do rácio de dimensões, da espessura do canal e de duas pressões, $1 atm$ (figura 4.22a) e $8 atm$ (figura 4.22b). A linha a tracejado denota a solução do canal retilíneo, que permite comparar as soluções de ambos os microcanais. Nas condições da figura 4.22a, o microcanal retilíneo é sempre superior em termos do número de Reynolds. Também verifica-se que cada curva apresenta um valor máximo do número de Reynolds, sendo que o mesmo encontra-se para rácios de dimensões superiores quanto maior for a espessura do canal. Isto acontece porque ao aumentar a espessura H e o comprimento L na mesma proporção (ϵ constante), o número de Reynolds não atinge o máximo, devido à influência negativa que o comprimento cria no gradiente térmico.

No caso b da mesma figura, onde aumenta-se a pressão de $1 atm$ para $8 atm$, o microcanal curvo apresenta um desempenho melhor ou igual ao do retilíneo, em todo o intervalo de ϵ considerado e espessuras maiores ou igual a $4\mu m$. Também observa-se que os valores do número de Reynolds são maiores para uma pressão de $8 atm$. Além disso, é possível notar que neste caso as curvas também apresentam máximos de Re , que por sua vez encontram-se a rácios superiores quanto maior for a espessura e a pressão.

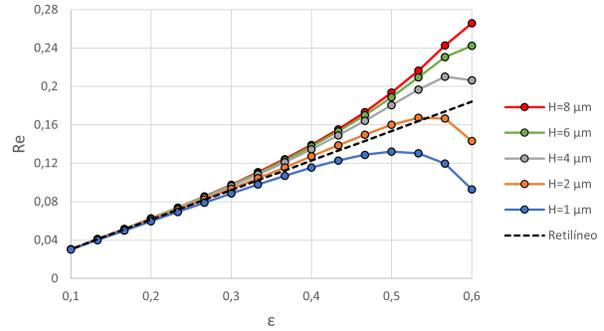
As conclusões retiradas a partir da figura 4.22 são exatamente as mesmas para as figuras 4.23 e 4.24, quando faz-se variar a espessura, o rácio de dimensões e a pressão.

Note-se ainda que, desde a figura 4.22 até à 4.24, o aumento da diferença de temperaturas provoca

um afastamento geral entre as curvas do canal curvilíneo e do canal retilíneo. Apesar do aumento de ΔT melhorar o desempenho de ambos os canais, este aumento tem um efeito maior no caso retilíneo do que no curvilíneo. Tal efeito se poderá verificar ao calcular o quociente do número de Reynolds entre o canal retilíneo e curvilíneo, que aumenta em conjunto com ΔT .

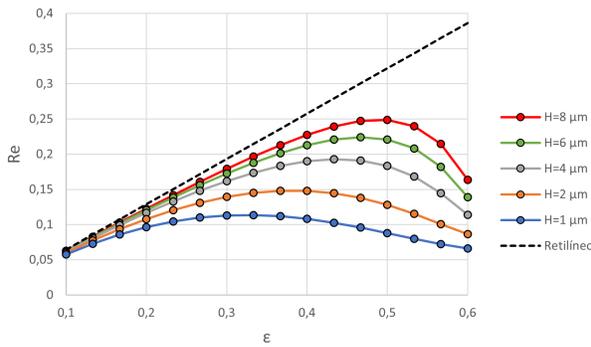


(a) $p=1 \text{ atm}$

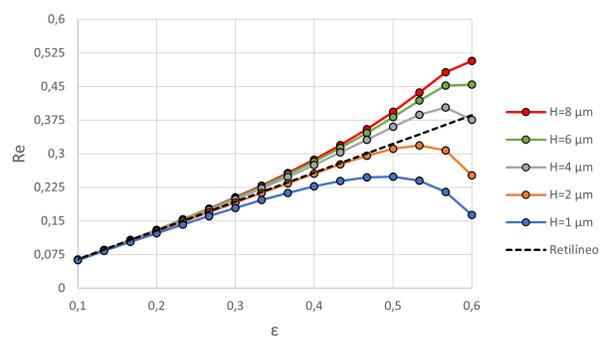


(b) $p=8 \text{ atm}$

Figura 4.22: Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de $100K$, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).



(a) $p=1 \text{ atm}$



(b) $p=8 \text{ atm}$

Figura 4.23: Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de $300K$, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).

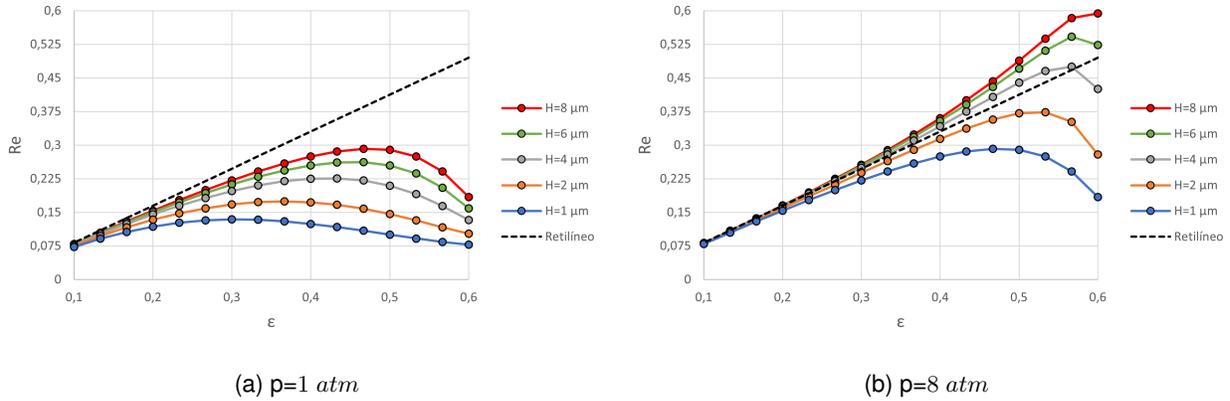


Figura 4.24: Curvas do número do Reynolds em função do rácio de dimensões e espessura do canal, obtidas para uma diferença de temperaturas de $500K$, e a duas pressões distintas (casos (a) e (b)).

Os resultados anteriores foram obtidos fixando a espessura do canal para cada curva. De seguida, calculou-se as curvas do número de Reynolds para uma diferença de temperaturas de $500K$, a pressões de 1 e 8 atm , fixando agora o comprimento do eixo do microcanal. A figura 4.25 demonstra os comportamentos do número de Reynolds para ambas as pressões e três comprimentos distintos. Ao comparar com os resultados anteriores, obteve-se o mesmo tipo de comportamento, ou seja, o aumento de pressão e/ou o aumento das dimensões desloca o máximo das curvas para rácios de dimensões superiores.

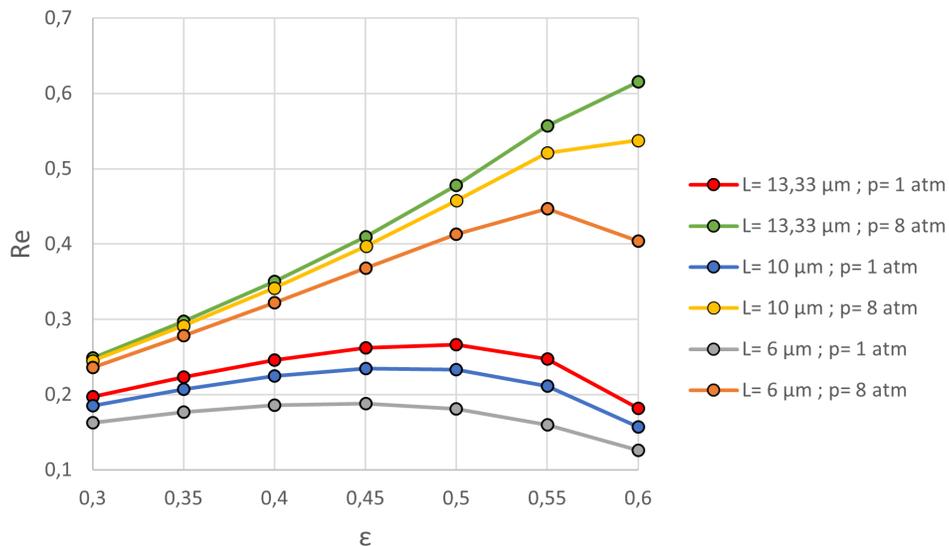


Figura 4.25: Curvas do número de Reynolds em função do rácio de dimensões do comprimento do eixo do microcanal e das pressões, operando a uma diferença de temperaturas de $500K$.

Como se constatou, ao aumentar as diferenças de temperatura os desempenhos dos microcanais melhoraram. Assim, é útil estudar os aumentos desses desempenhos para variados ΔT , comparando ambos os tipos de canal, retilíneo e curvilíneo.

As figuras 4.26, 4.27 e 4.28 apresentam o número de Reynolds em função do rácio de dimensões, para

várias curvas respeitantes a uma diferença de temperaturas, tanto para o canal curvilíneo como o canal retilíneo. As diferenças de temperatura utilizadas pertencem ao intervalo de 100 a 500K, e as subfiguras (a) e (b) correspondem a uma pressão de 4 e 8 atm, respetivamente.

Aumentou-se a espessura dos microcanais consecutivamente de figura para figura, sendo H igual a 2, 4 e 6 μm , respetivamente. Este acréscimo influencia de forma positiva o número de Reynolds, não tendo efeito sobre os resultados dos microcanais retangulares. A pressão do escoamento afecta da mesma forma o número de Reynolds para os canais curvilíneos, não tendo impacto nos resultados dos canais retangulares. Assim, verifica-se que para os valores de espessura e pressão mais baixos (i.e. $H = 2$ e 4 μm ; $p = 4 atm$) as curvas respeitantes ao canal retilíneo apresentam, de forma geral, um afastamento em relação às curvas do canal curvilíneo, tendo o canal curvilíneo um pior desempenho. No entanto, ao aumentar a espessura e/ou a pressão do escoamento, as curvas de ambos os canais começam a aproximar-se, de forma geral, sendo que existem condições específicas onde ocorre uma viragem nos desempenhos dos microcanais, passando o canal curvilíneo a apresentar valores do número de Reynolds superiores. Ou seja, o aumento da espessura e pressão provocam um melhoramento do desempenho do canal curvilíneo em relação ao retilíneo.

Confirma-se mais uma vez, que cada curva do número de Reynolds em função do rácio de dimensões apresenta um máximo, situado a ϵ superiores quanto maior for a espessura H , e a pressão. A partir dos gráficos conclui-se também que uma diminuição da diferença de temperaturas desloca o máximo das curvas para ϵ maiores.

É possível constatar que a figura 4.26b e a figura 4.27a contêm exatamente os mesmos dados para condições de funcionamento diferentes. Da figura 4.26b para a figura 4.27a há um aumento da espessura/altura H por um fator de 2, enquanto que a pressão diminui pelo mesmo fator. Assim, para as mesmas diferenças de temperatura existe uma preservação dos números adimensionais que governam este tipo de escoamento, tais como o rácio de dimensões ϵ e o número de Knudsen Kn . Mais especificamente, o parâmetro $p\sqrt{HL}$, que engloba as variáveis que são alteradas de uma figura para a outra, não varia de um caso para o outro, ou seja:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(p\sqrt{HL} \right)_i = \left(p\sqrt{HL} \right)_j \rightarrow Re_i = Re_j \\ \epsilon_i = \epsilon_j \\ i : H = 2\mu m, p = 8atm \\ j : H = 4\mu m, p = 4atm \end{array} \right. \quad (4.13)$$

Uma vez descrito os comportamentos do número de Reynolds em função das variáveis de estudo para diversas condições, desde a figura 4.22 à figura 4.28, é possível constatar que para os maiores rácios de dimensões o comportamento do número de Reynolds tende a decrescer, exceto para alguns casos particulares. Tendo em conta a geometria do microcanal, ao aumentar o rácio de dimensões, a parede inferior começa a diminuir até atingir um ϵ máximo ($\epsilon \rightarrow \frac{2}{\pi}$), em que a parede extingue-se nesse limite, tornando o microcanal numa geometria semicircular como representado na figura 4.29. Na situação de ϵ próximo do limite, embora o fenómeno de escorregamento térmico aumente quando há uma diminuição do comprimento do eixo do canal e/ou um aumento da sua espessura, verifica-se que há um decréscimo do número de Reynolds. Isto acontece porque a parede curvilínea inferior do canal passa a afectar uma porção muito menor do escoamento, como ilustrado na figura 4.30.

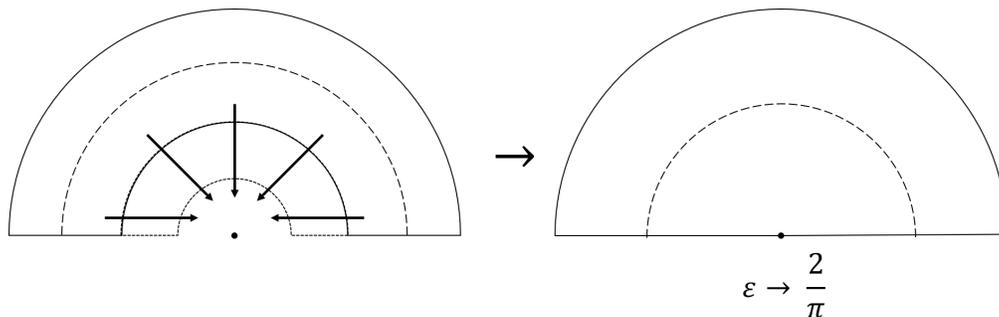


Figura 4.29: Ilustração do aumento do rácio de dimensões até ao limite de $\frac{2}{\pi}$.

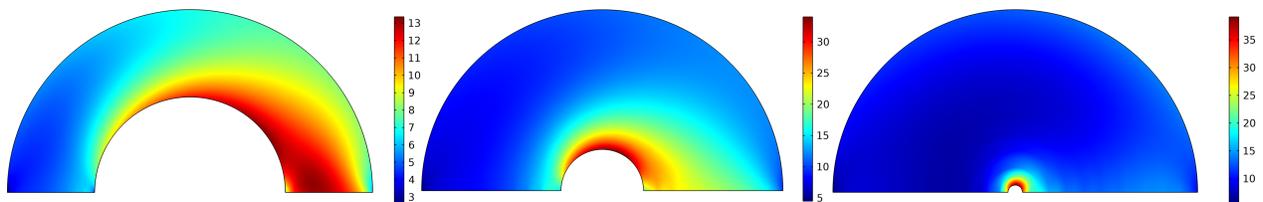
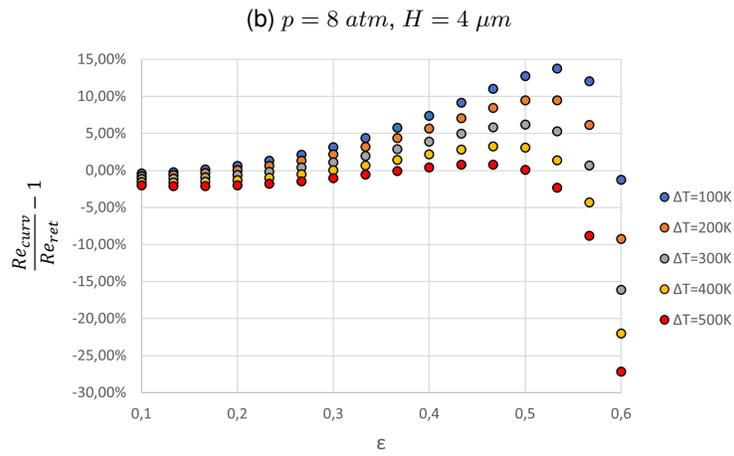
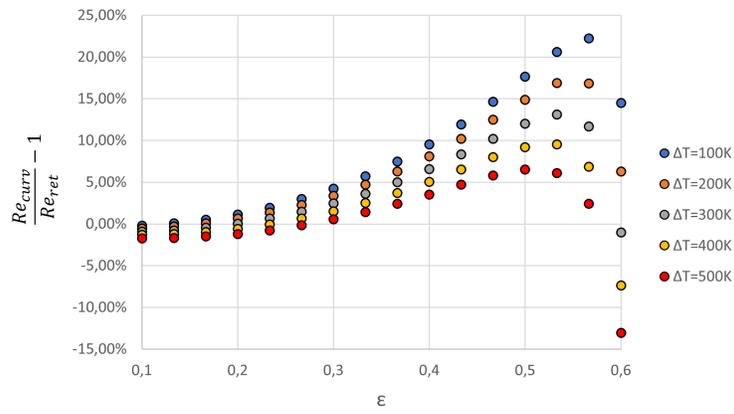
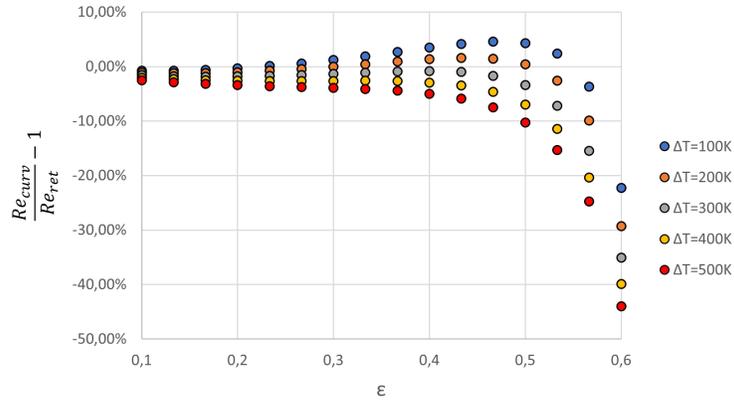
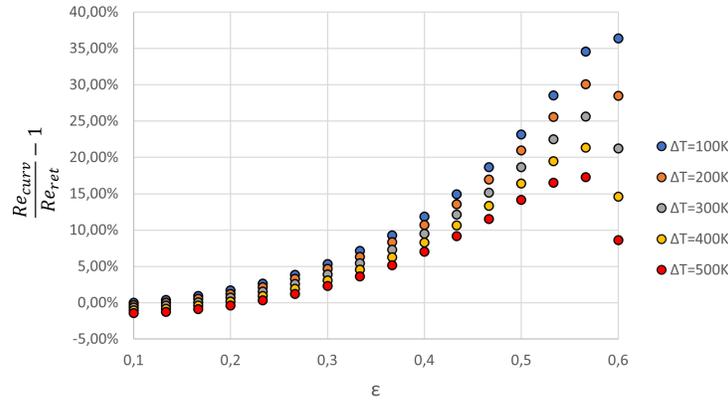


Figura 4.30: Ilustração da influência do escorregamento térmico da parede curva inferior quando aumenta-se o rácio de dimensões. A escala representa a magnitude do vector velocidade em m/s .

De modo a comparar os desempenhos das geometrias dos microcanais nas gamas de condições consideradas, é útil calcular o rácio dos números de Reynolds entre o microcanal curvilíneo e o retilíneo, de modo a perceber em que situações é que um torna-se melhor face ao outro. Comparou-se os desempenhos dos microcanais das figuras 4.27 e 4.28, estando o rácio representado nos gráficos da figura 4.31. Constata-se que, para todas as condições de funcionamento, os quocientes dos desempenhos são superiores para uma diferença de temperaturas igual a $100K$. O acréscimo da diferença de temperaturas piora o quociente dos números de Reynolds, para as espessuras e pressões consideradas, bem como as intermédias. Entre os pares das figuras $a - c$ e $b - d$, onde a espessura aumenta de 4 para 6 μm em cada par, ocorre um melhoramento do canal curvilíneo em relação ao retilíneo. Por sua vez, a variação da pressão do escoamento para canais com as mesmas espessuras (par de subfiguras $a - b$ e $c - d$), também provoca um melhoramento do canal curvilíneo.





(d) $p = 8 \text{ atm}$, $H = 6 \mu\text{m}$

Figure 4.31: Curvas do rácio $\frac{Re_{curv}}{Re_{ret}} - 1$ em função do rácio de dimensões e diferença de temperaturas para as pressões e espessuras consideradas.

Os valores máximos dos quocientes estão referidos na tabela 4.3, para as espessuras e pressões consideradas, bem como para toda a gama de temperaturas utilizadas. Para certas condições os quocientes máximos são negativos, significando isto que o canal curvilíneo tem um desempenho inferior relativamente ao canal retilíneo. Consta-se que para as condições de uma pressão igual a 8 atm , uma diferença de temperaturas de $100K$ e uma espessura dos canais de $6 \mu\text{m}$, o canal curvilíneo tem um desempenho $36,37\%$ superior que o canal retilíneo, sendo este o máximo obtido.

Tabela 4.3: Valores dos quocientes máximos ($\frac{Re_{curv}}{Re_{ret}} - 1$) entre o desempenho do microcanal curvilíneo e retilíneo, para as pressões de 4 e 8 atm , espessuras de 4 e $6 \mu\text{m}$, e ΔT entre 100 e $500K$.

H(μm)	P (atm)	ΔT (K)				
		100	200	300	400	500
4	4	4,581%	1,594%	-0,820%	-2,054%	-2,509%
4	8	22,21%	16,86%	13,12%	9,527%	6,504%
6	4	13,77%	9,480%	6,213%	3,273%	0,806%
6	8	36,37%	30,06%	25,60%	21,33%	17,27%

4.3 Compressor de Knudsen - 1 estágio

Nesta seção estudou-se um estágio constituído por um microcanal curvilíneo e um conector de seção retilínea, estando este ilustrado na figura 2.8. O rácio de dimensões para este caso engloba o eixo total do estágio, sendo definido como:

$$\epsilon_{estágio} = \frac{H}{2L} \quad (4.14)$$

em que H é a espessura, e L o comprimento do semi-eixo, como representado na figura 3.9.

À semelhança do microcanal curvilíneo, o número de Reynolds não só é função do rácio de dimensões, ϵ , mas é também da espessura H e do comprimento do eixo L , uma vez que se verifica que para ϵ iguais,

com dimensões diferentes, o número de Reynolds altera-se. A tabela 4.4 explicita este comportamento, em que se considerou um escoamento num estágio operando a uma pressão de 1 atm e uma diferença de temperaturas de 600K. Constata-se também que para os rácios de dimensões considerados, a espessura H tem preponderância. Veja-se, a partir da tabela, que para os mesmos ϵ , o escalamento das dimensões por um fator provoca um acréscimo do número de Reynolds. O mesmo verificou-se para os microcanais curvilíneos.

Tabela 4.4: Influência das dimensões no número de Reynolds para rácios de dimensões distintos. Obtido com uma diferença de temperaturas de 600K à pressão de 1 atm.

ϵ	H (μm)	L (μm)	Re
0,005	2	200	8,214E-07
	4	400	4,879E-06
0,01	2	100	1,955E-05
	4	200	3,572E-05
0,04	2	25	4,380E-04
	4	50	7,284E-04
0,1	2	10	2,152E-03
	4	20	5,024E-03

Realizou-se um estudo para microcanais com rácios de dimensões específicos, tais como: $\epsilon = 10^{-3}$; $\epsilon = 10^{-2}$. Através da figura 4.32 observa-se que os valores do caudal mássico são muito próximos de zero, o que significa que o microcanal curvilíneo e o conector estão a anular o escoamento um relativamente ao outro, sendo que a transpiração térmica no conector é mais forte, resultando assim na inversão do escoamento demonstrada no gráfico. Já para o rácio de dimensões de 0,1, a figura 4.33 demonstra caudais mássicos que aumentam sistematicamente com a pressão e com o aumento de H e L , sendo H preponderante. As únicas condições representadas em que há inversão do escoamento é com o estágio de $H = 1 \mu m$ e pressão de 1 atm.

Uma vez que as dimensões e a pressão têm impacto no caudal mássico do escoamento, e sabendo que para rácios de dimensões consideráveis ($\epsilon 10^{-1}$) o sentido do escoamento é o pretendido e o caudal mássico toma valores expressivos, então prosseguiu-se o estudo para rácios de dimensão da ordem de 10^{-1} . Portanto, é benéfico, para ϵ desta ordem, aumentar a espessura do canal e a pressão, desde que estes permitam manter o escoamento no regime de escorregamento.

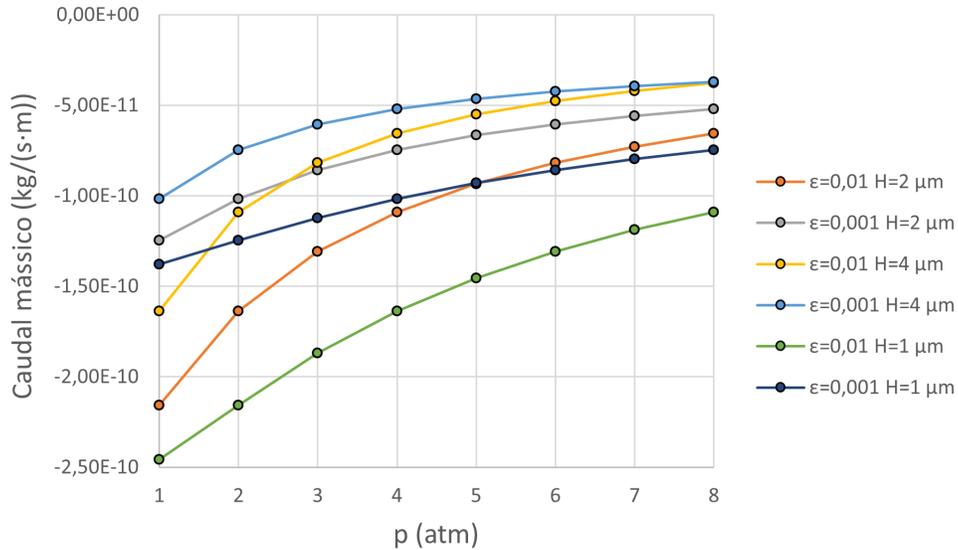


Figura 4.32: Curvas de caudal mássico em função da pressão para rácios de dimensões de 0,01 e 0,001, e para algumas espessuras do microcanal. Resultados obtidos com uma diferença de temperaturas de 600K.

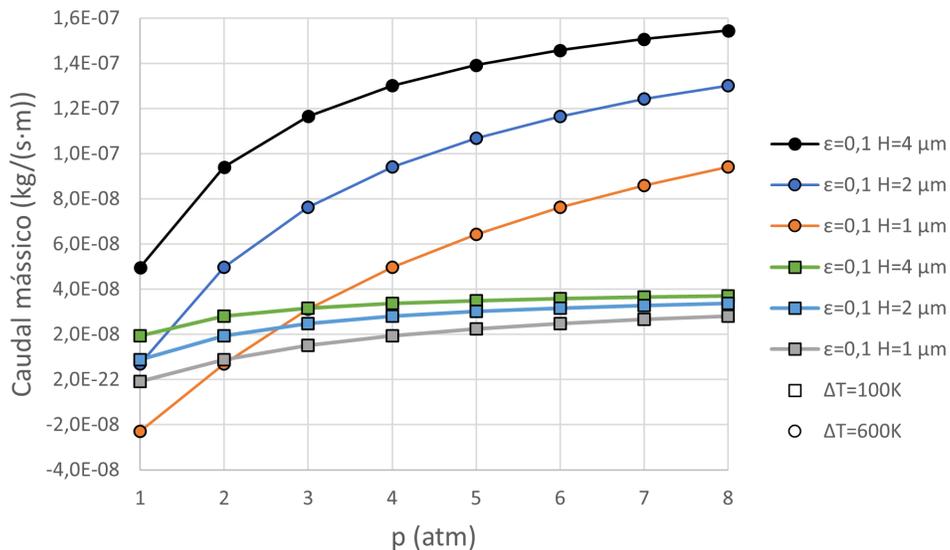


Figura 4.33: Curvas de caudal mássico em função da pressão para um rácio de dimensão de 0,1, e para algumas espessuras do microcanal. Resultados obtidos com uma diferença de temperaturas de 100K e 600K.

Posteriormente, estudou-se como se comporta o caudal mássico em função da pressão e do rácio de dimensões para uma espessura de $H = 4 \mu m$. Conclui-se que o aumento da pressão produz uma variação positiva no caudal mássico, para todos os rácios de dimensões considerados. Verifica-se também que quanto maior for ϵ , a variação do caudal mássico é mais expressiva com a variação da pressão. Quanto

ao rácio de dimensões, observou-se que o seu acréscimo impulsiona de forma global o caudal mássico, exceto para valores de ϵ grandes o suficiente para permitir que a transpiração térmica do canal curvilíneo seja menor, podendo até ocorrer inversão do escoamento. Além disso, à semelhança do que ocorre para os microcanais curvilíneos simples, o aumento da pressão desloca o máximo dos valores do caudal mássico para rácios de dimensões superiores. Observa-se que para um $\epsilon = 0,25$ à pressão de 1 atm , e um $\epsilon = 0,3$ de 1 a 3 atm , o caudal mássico é negativo. Estas condições são propícias para que o caudal mássico passe a escoar do conector para o microcanal curvilíneo. Com base nas conclusões retiradas para os microcanais curvilíneos simples, a estas condições, os microcanais retilíneos possuem um desempenho superior aos do curvilíneo.

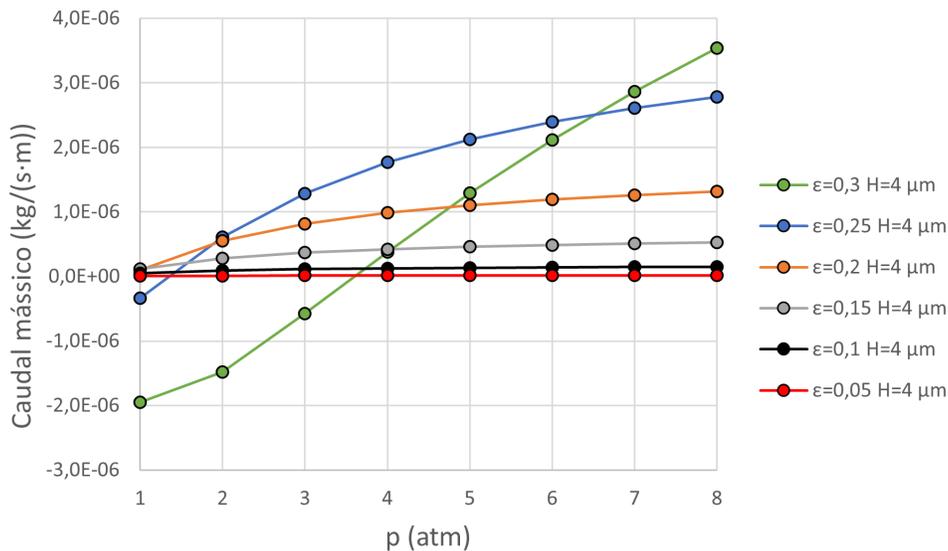


Figura 4.34: Caudal mássico em função da pressão para várias curvas de ϵ , com uma espessura de $4 \mu\text{m}$, obtidas com uma $T_H = 900\text{K}$.

Uma vez compreendido o efeito que o rácio das dimensões, e a espessura e o comprimento do estágio, têm no escoamento, analisou-se o impacto da diferença de temperaturas e a pressão no caudal mássico.

Escolheu-se valores da diferença de temperaturas entre a zona quente (T_H) e a zona fria (T_L) do microcanal pertencentes ao intervalo $[100, 600]\text{K}$, e as pressões consideradas estão entre 1 a 8 atm ; o H utilizado permite obter caudais mássicos consideráveis e manter o escoamento no regime de escorregamento, sendo o seu valor $4 \mu\text{m}$; além disso, optou-se por valores de ϵ iguais a $0,15$; $0,2$; $0,25$ e $0,3$.

A figura 4.35 contém os resultados para os 4 ϵ referidos. De forma genérica, observa-se que quanto maior for ϵ , maior será o caudal mássico, exceto para algumas situações: para as curvas de 1 atm o caudal mássico diminui de forma contínua quando aumenta-se o rácio de dimensões; do gráfico *c* para o gráfico *d* constata-se que existe mais pressões onde ocorre decréscimos das curvas do caudal mássico em função de ΔT . Isto deve-se ao facto de a pressão ter mais influência para rácios de dimensões cada vez maiores. Nestes, as pressões mais baixas têm um impacto negativo superior sobre o escoamento do microcanal curvilíneo. Por essas razões, o caudal mássico do conjunto do microcanal curvilíneo e o conector começa

a decrescer, podendo inverter o sentido do escoamento.

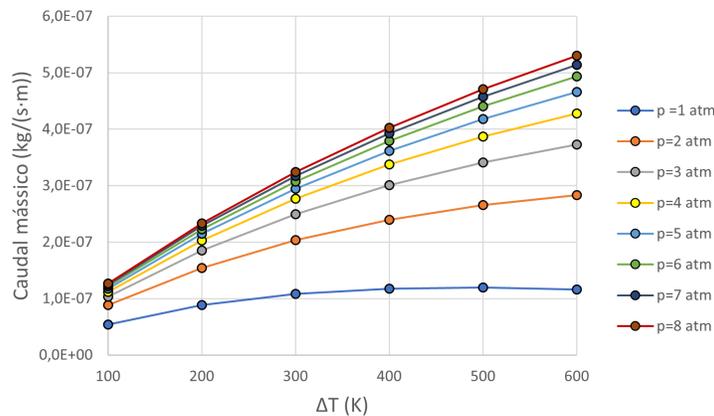
Existe um valor crítico de ϵ a partir do qual ocorre uma inversão do escoamento no canal para cada pressão. A partir deste valor, e para certas condições de temperatura, o fluxo de massa no conector é preponderante.

É possível notar que nos casos *b*, *c* e *d* da figura 4.35, existem curvas que começam a decrescer a partir de um determinado ΔT . O aumento de ΔT provoca um decréscimo do desempenho do microcanal curvilíneo comparado com o retilíneo simples. Assim, conclui-se que o conector tem um aumento mais significativo do efeito da transpiração térmica.

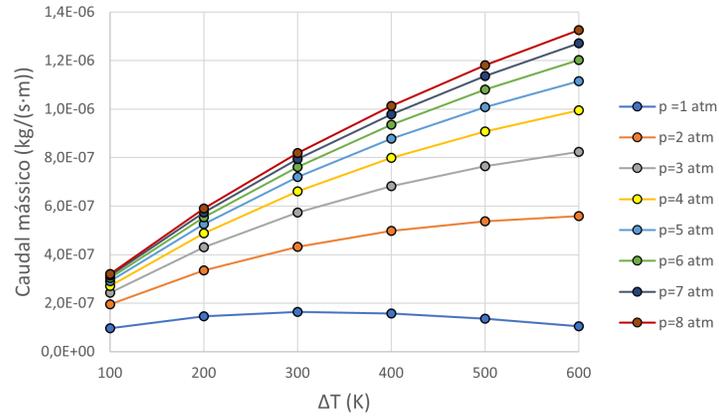
Outro fator que influencia o escoamento é a redução do escorregamento térmico na parede inferior da componente curvilínea do canal. Com o aumento do rácio de dimensões a parede inferior diminui de tamanho e para valores de ϵ próximos de $\frac{1}{\pi}$, a contribuição da transpiração térmica para o escoamento diminui drasticamente.

Estes fenómenos, que afetam o caudal mássico negativamente, podem ser observados na figura 4.36, com um $\epsilon = 0,25$, e pressões de 1 e 2 atm, que servem de exemplo. Com 1 atm verifica-se que existe um ponto de interseção, onde há uma inversão do sentido do escoamento, uma vez que o caudal do conector passa a ser superior ao do canal curvilíneo; Além disso, nas curvas do caudal mássico no conector, o declive das curvas é constante, ao passo que nas curvas da componente curvilínea a variação do caudal mássico com ΔT decresce. Isto explica ter um máximo na curva de 2 atm da figura 4.35c, e em seguida um decréscimo do caudal mássico.

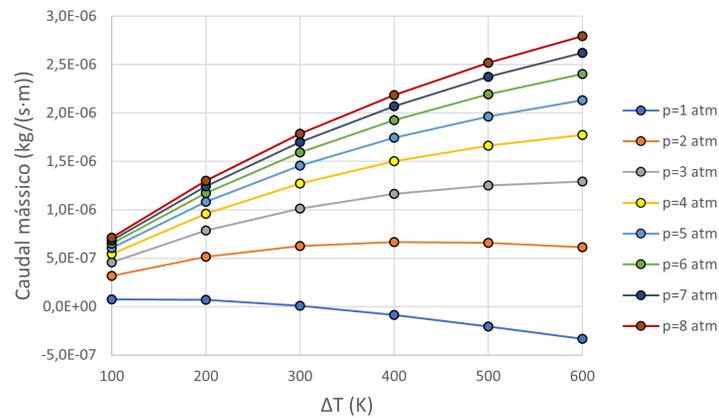
Um facto interessante que se pôde notar a partir deste gráfico, é que num escoamento com esta geometria, a pressão afeta o caudal mássico da componente retilínea, o que não se verificou quando se estudou os microcanais retilíneos. Isto explica-se pelo facto de a física deste escoamento ser totalmente diferente, com a presença de recirculação.



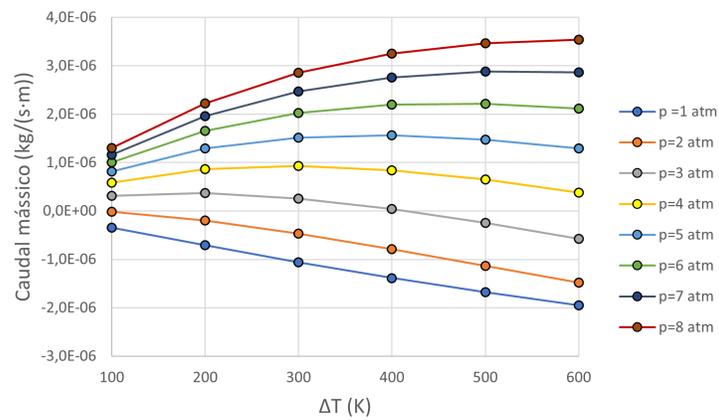
(a) $\epsilon = 0,15$



(b) $\epsilon = 0,2$



(c) $\epsilon = 0,25$



(d) $\epsilon = 0,3$

Figure 4.35: Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas e pressão para 4 rácios de dimensões.

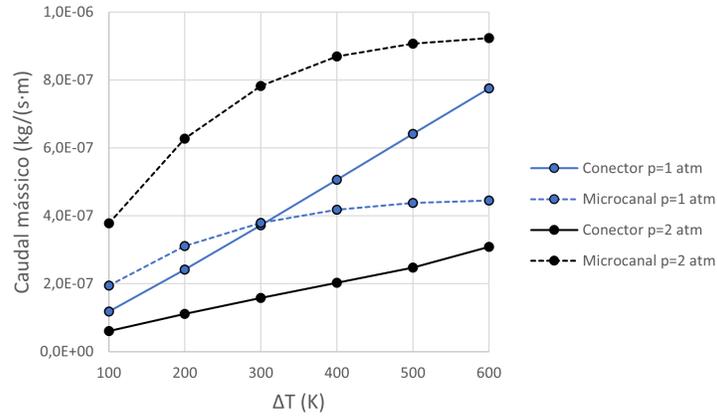


Figura 4.36: Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, para duas pressões, e para um estágio com $\epsilon_{estágio} = 0,25$. As curvas a cheio são as componentes ascendentes do caudal mássico, e as curvas a tracejado as descendentes.

A figura 4.37 apresenta o número de Reynolds em função do número de Eckert para as pressões de 2 a 8 atm, para um estágio com espessura de $4 \mu\text{m}$ e rácio de dimensões de 0,25. Observa-se que o número de Reynolds aumenta com o número de Eckert, sendo este crescente com a diferença de temperaturas.

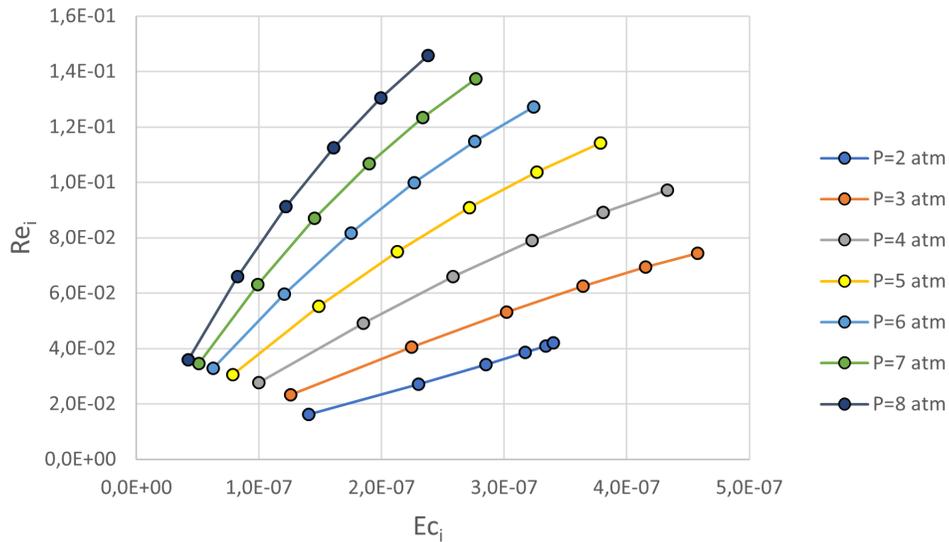


Figura 4.37: Curvas de número de Reynolds em função do número de Eckert, em função da pressão. Obtido para um microcanal com $H = 4 \mu\text{m}$ e $\epsilon_{estágio} = 0,25$.

As correlações que representam os dados obtidos para a figura anterior seguem um comportamento polinomial de 2º grau, da forma:

$$Re = A \cdot Ec^2 + B \cdot Ec \quad (4.15)$$

cujos coeficientes para as curvas obtidas apresentam-se na tabela 4.5.

Tabela 4.5: Valor dos coeficientes, A e B , da regressão (4.15) para a gama de pressões consideradas.

p_i (atm)	$A \cdot 10^{-11}$	$B \cdot 10^{-5}$
2	0,4205	1,086
3	-0,7550	1,980
4	-1,667	2,974
5	-3,014	4,158
6	-5,006	5,54
7	-7,844	7,12
8	-11,74	8,904

O conjunto de equações 4.16 permitem obter o valor dos coeficientes A e B para o intervalo de pressões considerado.

$$\begin{cases} A = -4,813 \cdot 10^9 p^3 + 4,299 \cdot 10^{10} p^2 - 2,282 \cdot 10^{11} p + 3,614 \cdot 10^{11} \\ B = 9,250 \cdot 10^3 p^2 + 3,718 \cdot 10^4 p - 3,143 \cdot 10^2 \\ p \in [1, 8] atm \end{cases} \quad (4.16)$$

4.4 Compressor de Knudsen - 2, 4 e 8 estágios

Nesta subsecção acrescenta-se à análise do desempenho do compressor de Knudsen a influência de múltiplos estágios. Assim, considerou-se N estágios (2, 4 e 8) dispostos como representado na figura 2.8, em que a espessura H de cada estágio é $4 \mu m$, e o rácio de dimensões de cada unidade, $\epsilon_{estágio}$, com valores de 0,15; 0,2 e 0,25.

Especulou-se, antes de fazer esta análise, que o número de estágios afete de forma positiva os valores dos caudais mássicos do compressor de Knudsen.

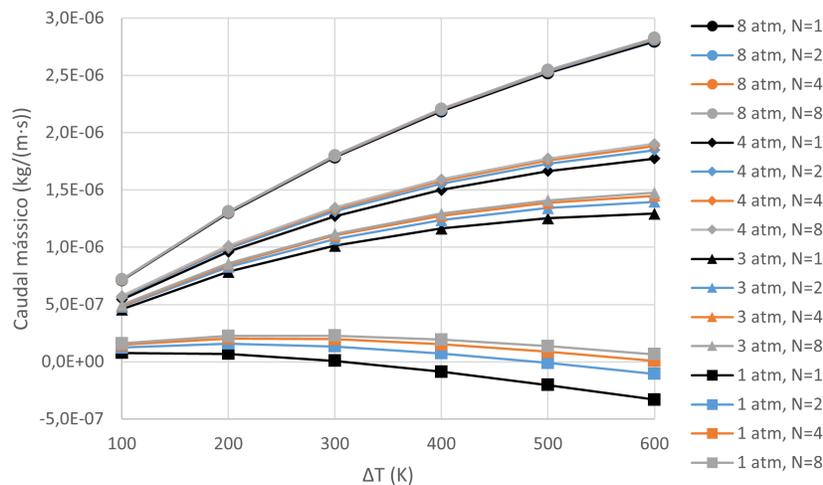


Figura 4.38: Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,25$.

Pelos resultados da figura 4.38 confirma-se a hipótese admitida anteriormente, ou seja, o aumento do número de estágios apresenta uma melhoria sobre o caudal mássico, para um rácio de dimensões de 0,25.

A partir da imagem supramencionada, observa-se que existem vários fatores a influenciar o caudal mássico. O aumento da diferença de temperaturas amplifica a melhoria do caudal mássico quando adiciona-se estágios ao compressor de Knudsen, tal é observado pelo aumento do espaçamento entre as curvas. A pressão também é um parâmetro que influencia o escoamento, na medida em que ao aumentá-la, as variações do caudal mássico com o aumento do número de estágios tornam-se cada vez menores, sendo pouco útil adicionar estágios para a pressão de 8 atm.

É importante notar que para a pressão de 1 atm, e como dito anteriormente, tem-se caudais mássicos negativos, no entanto, o aumento de número de estágios tem um impacto positivo, de tal modo que o escoamento adquire o sentido desejável.

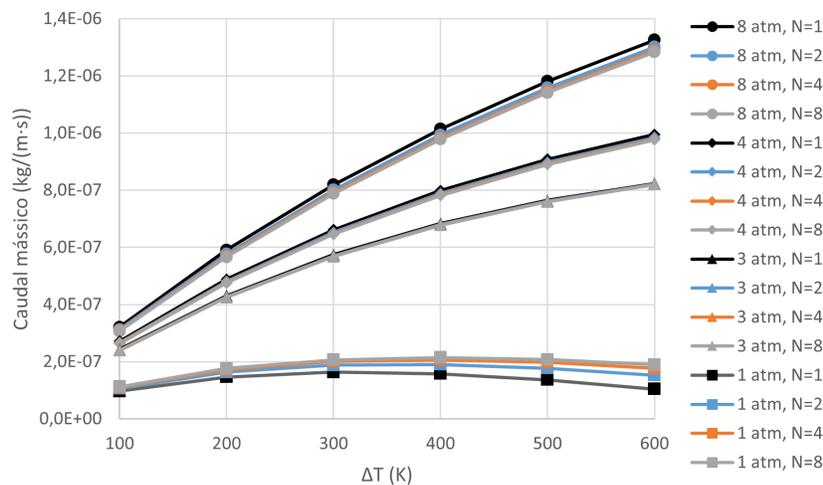


Figura 4.39: Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,2$.

Apesar dos resultados obtidos para a figura 4.38, em que se confirmou que o caudal mássico aumenta com a adição de estágios para cada pressão e temperatura, o mesmo não verifica-se para os restantes casos.

No caso de um compressor de Knudsen com um $\epsilon_{estágio} = 0,2$, e com base nos dados da figura 4.39, verifica-se que o incremento de estágios torna o compressor mais produtivo apenas para 1 atm. Para pressões superiores ou iguais a 3 atm, obtém-se um comportamento exatamente oposto: o aumento do número de estágios provoca uma diminuição do caudal mássico para cada pressão e temperatura. Assim, pode-se concluir que será mais benéfico utilizar um maior número de estágios para pressões mais baixas, bem como menos estágios para pressões mais altas. Além disso, verifica-se que o aumento da diferença de temperaturas continua a amplificar os desvios das curvas de 1 em relação a N estágios.

Por último, para um compressor de Knudsen com um $\epsilon_{estágio} = 0,15$, o aumento do número de estágios não contribuiu positivamente para o caudal mássico, como representado na figura 4.40. Observa-se também as mesmas conclusões retiradas anteriormente em relação ao efeito da diferença de temperaturas.

Após averiguar o comportamento para as três situações referidas anteriormente, verifica-se que existe uma pressão, para cada rácio de dimensões, a partir da qual deixa de ser vantajoso a adição de estágios

ao compressor, passando a ser mais benéfico os compressores de Knudsen mais curtos. Esta pressão é tanto mais baixa quanto menor for o rácio de dimensões.

Em suma, infere-se que diferentes rácios de dimensões de cada estágio apresentam diferentes características, que podem ser proveitosas conforme a aplicação. Por exemplo, para um rácio de dimensões de 0,25 é mais pertinente operar o compressor de Knudsen a pressões maiores, de modo a evitar caudais mássicos com o sentido inverso. Na impossibilidade de operar a pressões diferentes de 1 atm, o rácio de dimensões que permite obter os máximos do caudal mássico é o de 0,2. Para o caso em que o rácio de dimensões é 0,15, para além do caudal mássico ser inferior em relação a ϵ superiores, a adição de número de estágios apenas prejudica o desempenho do compressor de Knudsen.

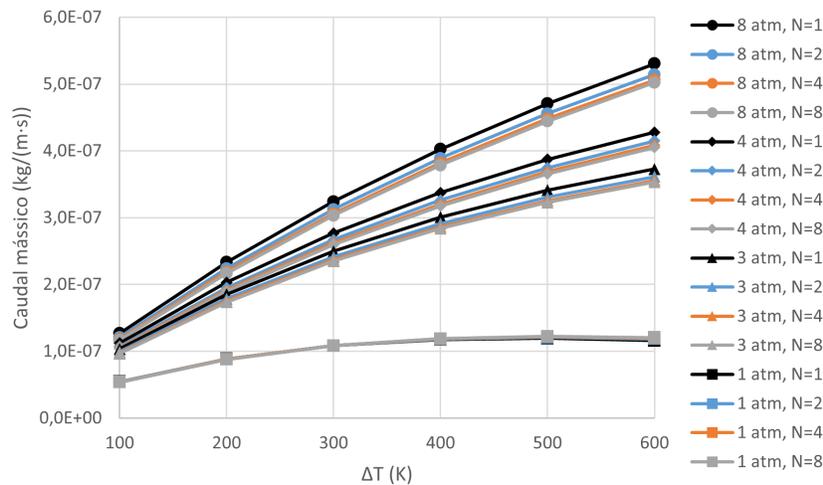
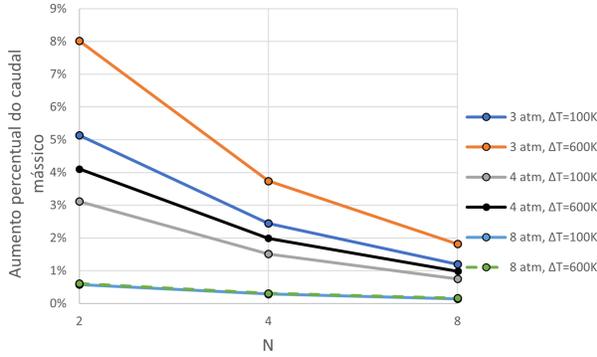


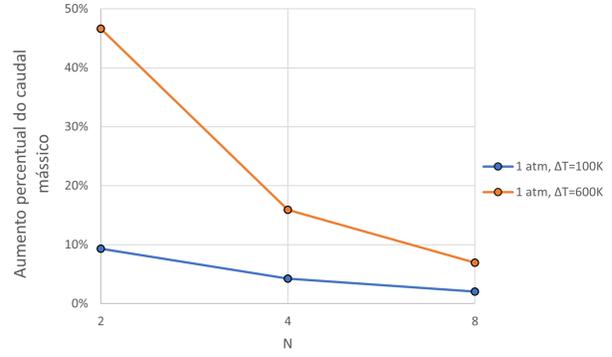
Figura 4.40: Curvas de caudal mássico em função da diferença de temperaturas, pressão, e número de estágios. Obtido com $\epsilon_{estágio} = 0,15$.

Quantificou-se os aumentos percentuais ao adicionar estágios aos compressores de Knudsen. As figuras 4.41a e 4.41b apresentam os mesmos aumentos percentuais consecutivos de $2N$ em relação a N estágios. Verifica-se em todas as curvas que quanto maior for o número de estágios, o acréscimo aproxima-se de 0, ou seja, o valor do caudal mássico atinge um valor limite para um determinado par de pressão e temperatura. Pode-se constatar pela figura 4.41a que os aumentos percentuais são maiores para pressões mais baixas. Para ambas as figuras, o aumento da variação de temperatura induz fatores de aumento superiores, que já foi explicado anteriormente, uma vez que as curvas dos gráficos (figuras 4.38 e 4.39) apresentam maiores desvios.

Estas figuras vieram a confirmar o que já se tinha observado nas imagens 4.38 e 4.39 por inspeção visual. Pode-se, assim, quantificar os aumentos do caudal mássico com o número de estágios, de modo a perceber as situações em que realmente é mais favorável aumentar a série, bem como identificar a quantidade de estágios que é mais eficaz. Se definir-se a eficácia como sendo o quociente do fator de aumento do caudal mássico e o fator de aumento do número de estágios, então, pelas figuras 4.41a e 4.41b, a eficácia é máxima quando o número de estágios é aumentado de 1 para 2. A eficácia diminui à medida que se adiciona mais estágios, uma vez que o caudal mássico atinge um valor limite.

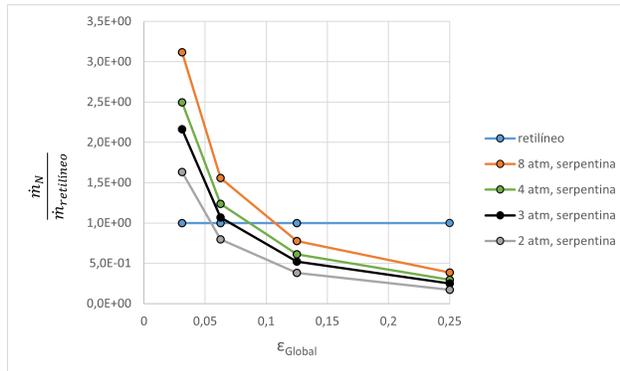


(a) $\epsilon_{estagio} = 0,25$

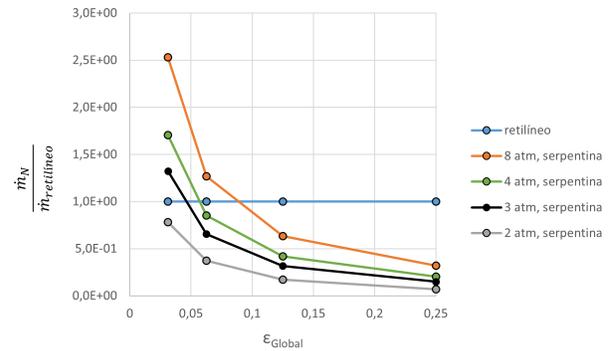


(b) $\epsilon_{estagio} = 0,2$

Figura 4.41: Curvas do quociente, entre os caudais mássicos de N para $2N$ estágios, $\frac{\dot{m}_{2N}}{\dot{m}_N} - 1$, em função da pressão e diferença de temperaturas para os resultados de microcanais com $\epsilon_{estagio} = 0,25$ e $\epsilon_{estagio} = 0,2$.



(a) $\Delta T = 100K$



(b) $\Delta T = 600K$

Figura 4.42: Curvas do rácio de caudais mássicos entre o compressor com vários estágios e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota $N=1,2,4,8$, crescente no sentido da direita para a esquerda. Resultados obtidos com duas diferenças de temperaturas, e $\epsilon_{estagio} = 0,25$.

De modo a conhecer se um compressor de Knudsen com vários estágios tem um melhor desempenho do que com outras geometrias, optou-se por comparar os resultados do caudal mássico entre o compressor com N estágios e o canal retilíneo simples, servindo este como referência. Considerou-se um parâmetro, ϵ_{Global} , que corresponde ao rácio de dimensões global, e é dado por:

$$\epsilon_{Global} = \frac{H}{2NL} \quad (4.17)$$

Desta forma, ambas as geometrias tornam-se equiparáveis ao aplicar o mesmo ϵ_{Global} , sendo que ambas as geometrias possuem a mesma altura/espessura e o mesmo comprimento total do eixo. Isto acontece porque $L_{serpentina} = 2NL$, que será o mesmo valor de $L_{retilíneo}$. Além disso, estimou-se o desempenho destes microcanais através do quociente entre o caudal mássico do compressor de Knudsen com um respetivo número de estágios (1,2,4 e 8), N , e o caudal mássico do canal retangular simples.

Cada N corresponde a um ϵ_{Global} específico. As condições de funcionamento de pressão e de diferenças de temperatura (ΔT) são as mesmas para todas as geometrias.

A figura 4.42 denota o rácio de caudais dos compressores de Knudsen para várias pressões, em que cada estágio tem um rácio de dimensões 0,25, sendo o caso a operado a uma diferença de temperaturas de $100K$ e o caso b a $600K$. No caso a , para compressores com 4 e 8 número de estágios, os mesmos apresentam um melhor desempenho que o canal retilíneo simples. À medida que se aumenta o ϵ_{Global} , ou seja, diminui-se o número de estágios, verifica-se que a performance do compressor de Knudsen é reduzida, de tal forma que para 2 e 1 estágios é preferível o compressor com um canal retangular simples. Ao operar os microcanais a pressões mais elevadas, a performance é maximizada, uma vez que para canais retilíneos já se averiguou que a pressão não altera os valores do caudal mássico, enquanto que para os canais em estudo nesta seção, a pressão é um fator de influência do caudal mássico dos mesmos. No caso b observa-se que um compressor de Knudsen com 8 estágios permanece uma melhor opção que o compressor de Knudsen com um canal retilíneo, para todas as pressões consideradas exceto a de $2 atm$. Contudo, para 4 estágios, apenas a pressão de $8 atm$ apresenta uma performance superior à unidade. Isto indica que é mais útil utilizar-se, para estas condições e geometria, pressões mais altas.

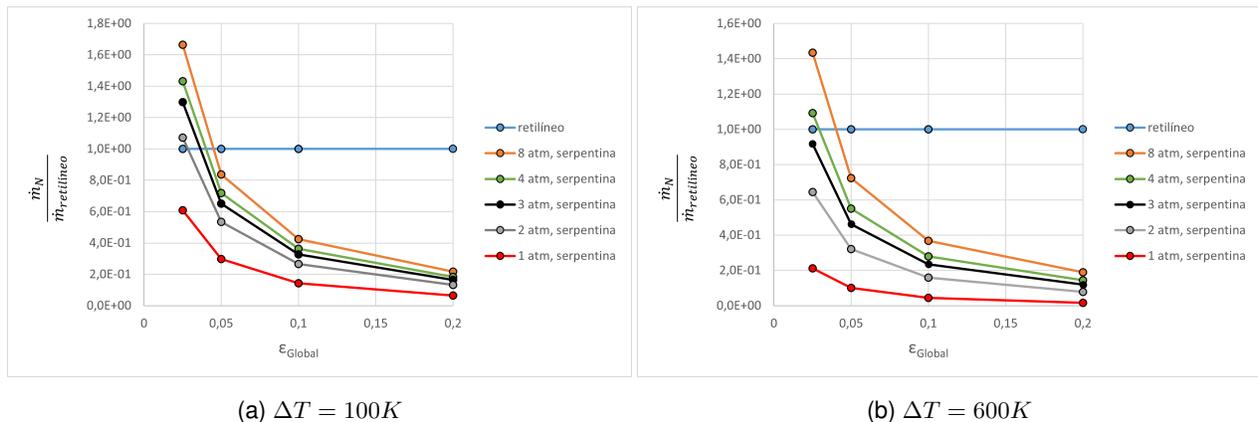


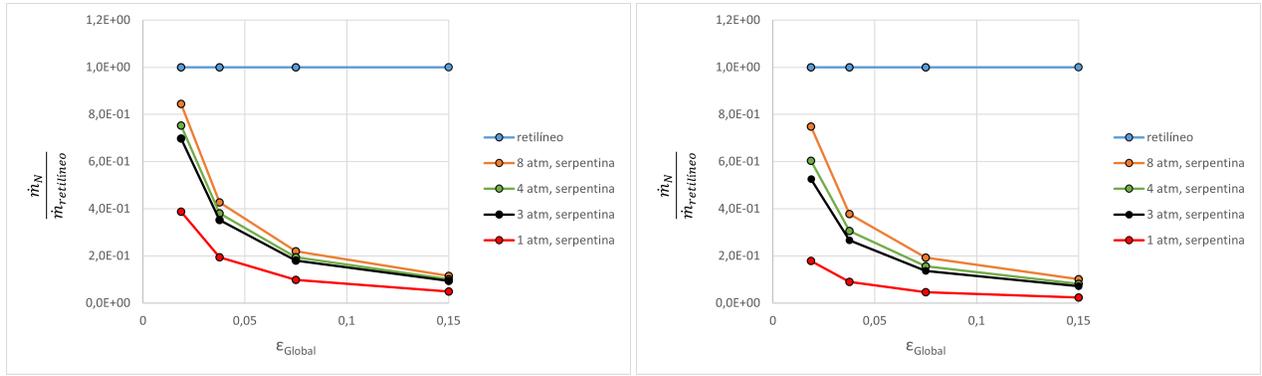
Figura 4.43: Curvas do rácio de caudais mássicos entre o dados do compressor e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota $N=1,2,4,8$, crescente no sentido da direita para a esquerda. Resultados obtidos com duas diferenças de temperaturas, e $\epsilon_{estágio} = 0,2$.

Os desempenhos do compressor com $\epsilon_{estágio} = 0,2$ encontram-se representados na figura 4.43.

Para as performances do caso a é mais vantajoso operar compressores com 8 estágios a pressões diferentes de $1 atm$, enquanto que para 4 ou menos estágios é favorável utilizar um único microcanal retangular. No caso da figura b é observável que a vantagem de se usar este tipo de canal limita-se a 8 estágios para pressões superiores a $3 atm$.

Por último, os canais que possuem estágios com ϵ de 0,15 estão descritos na figura 4.44. Para as várias pressões e temperaturas utilizadas, o canal retilíneo é superior em termos de caudal mássico quando comparado com os compressores de Knudsen até 8 estágios.

Posto isto, e analisados os três casos considerados, é possível descrever o comportamento geral da performance em relação à pressão, temperatura, e rácio de dimensões. Em todos os casos estudados, o aumento da pressão provoca o aumento da performance de todos os microcanais; com o aumento da diferença de temperaturas, o desempenho decresce; por último, infere-se que ao diminuir o rácio de



(a) $\Delta T = 100K$

(b) $\Delta T = 600K$

Figura 4.44: Curvas do rácio de caudais mássicos entre o dados do compressor e o microcanal retilíneo simples, $\frac{\dot{m}_N}{\dot{m}_{ret}}$. O compressor com vários estágios adota $N=1,2,4,8$, crescente no sentido da direita para a esquerda.

Resultados obtidos com duas diferenças de temperaturas, e $\epsilon_{estágio} = 0,15$.

dimensões de cada estágio, de 0,25 para 0,15, a performance também diminui. Em traços gerais, conclui-se que o tipo de canal aqui estudado tem um melhor desempenho comparado com o canal retilíneo, quantos mais estágios possuir.

Capítulo 5

5 Conclusão

5.1 Conclusões sobre este trabalho

Este trabalho teve como objetivo estudar o fenômeno da transpiração térmica em microcompressores de Knudsen, bem como a influência de parâmetros geométricos e físicos, tais como as temperaturas e pressões de funcionamento. Para isso, desenvolveu-se um modelo numérico utilizando o algoritmo COMSOL [18]. Validou-se o modelo numérico através de dados experimentais, numéricos e analíticos de diferentes autores.

Estudou-se três geometrias diferentes operando os microcanais a condições de funcionamento e dimensões semelhantes.

Relativamente ao microcanal retangular conclui-se que o número de Reynolds é função do gradiente de temperatura, e do rácio de dimensões, aumentando com esta variáveis. Este número não depende das dimensões do microcanal nem da pressão, como concluído por Méolans *et al.* [6].

O número de Reynolds para o microcanal semicircular é apenas função do rácio de dimensões e do gradiente de temperatura para ϵ menores que aproximadamente 0,05. Para valores superiores, o número de Reynolds em geral aumenta com o acréscimo da pressão e com a espessura do microcanal. O intervalo do rácio de dimensões no qual o número de Reynolds é decrescente reduz-se quanto maior for a pressão do escoamento e as dimensões do microcanal. Ou seja, o número de Reynolds máximo ocorre a rácios de dimensões mais próximos do limite ($\frac{2}{\pi}$). Além disso, observou-se que o desempenho do canal curvilíneo relativamente ao canal retilíneo é superior quanto maior for a pressão e a espessura do microcanal, e quanto menor for o gradiente de temperatura, sendo o maior aumento registado igual a 36,37%.

Finalmente, estudou-se o desempenho de estágios constituídos por um microcanal curvo e um conector retilíneo. Com esta geometria, concluiu-se que para rácios de dimensões pequenos ($\epsilon \leq 0,01$) ocorre inversão do sentido do escoamento para qualquer pressão e espessura consideradas. O desempenho desta configuração depende da pressão e das dimensões dos componentes, sendo a espessura determinante no valor do caudal mássico. Concluiu-se que quanto maior for o rácio de dimensões, o efeito que a pressão tem sobre o escoamento é amplificado, e existe uma maior gama de pressões para a qual o sentido do escoamento é invertido. Também se concluiu que maiores rácios de dimensões apresentam melhores resultados, como verificado por Leontidis *et al.* [7].

A construção de um compressor de Knudsen com vários estágios impulsiona o valor do caudal mássico, sendo o acréscimo menor quanto mais estágios o compressor tiver. Observou-se que, para certas condições de pressão e geometria, a adição de estágios agrava o desempenho do compressor. A implementação de mais estágios beneficia o desempenho do compressor de Knudsen em relação ao compressor com o canal retilíneo, sendo mais rentável quanto maior for o rácio de dimensões de cada unidade do microcompressor, exceto para ϵ muito próximos do limite ($\frac{1}{\pi}$).

Por fim, para todos os casos estudados em que se fixou a diferença de temperaturas, observou-se que existem escoamentos semelhantes que apenas dependem dos parâmetros adimensionais do número de Knudsen e do rácio de dimensões. Se o produto $p\sqrt{HL}$ mantiver-se constante, para o mesmo ΔT , então o número de Reynolds mantém-se igual.

5.2 Trabalhos futuros

Sugere-se como possível trabalho futuro, estudar o impacto que os reservatórios têm no escoamento e nas conclusões deste trabalho. Poderá-se também realizar análises semelhantes às do presente trabalho, tendo como objetivo estudar os rácios de compressão para novas geometrias ou as mesmas aqui consideradas.

Além disso, a criação e validação de uma bancada experimental poderá ser utilizada para comparar as conclusões do presente trabalho, bem como para realizar estudos mais alargados.

Referências

- [1] Dominique Fratantonio. *Molecular tagging velocimetry in rarefied and confined gas flows*. PhD thesis, INSA Toulouse, 2019.
- [2] Robert W Barber and David R Emerson. Challenges in modeling gas-phase flow in microchannels: from slip to transition. *Heat Transfer Engineering*, 27(4):3–12, 2006.
- [3] Yen-Lin Han, Eric Phillip Muntz, Alina Alexeenko, and Marcus Young. Experimental and computational studies of temperature gradient-driven molecular transport in gas flows through nano/microscale channels. *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, 11(1-2):151–175, 2007.
- [4] Toby Anna Klein. *Energy conversion using thermal transpiration: Optimization of a Knudsen compressor*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2012.
- [5] Errol B Arkilic, Martin A Schmidt, and Kenneth S Breuer. Gaseous slip flow in long microchannels. *Journal of Microelectromechanical systems*, 6(2):167–178, 1997.
- [6] JG Méolans and IA Graur. Continuum analytical modelling of thermal creep. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 27(6):785–809, 2008.
- [7] Vlasios Leontidis, Jie Chen, Lucien Baldas, and Stéphane Colin. Numerical design of a knudsen pump with curved channels operating in the slip flow regime. *Heat and Mass Transfer*, 50(8):1065–1080, 2014.
- [8] I. Monsivais, J.J. Lizardi, and F. Méndez. Conjugate thermal creep flow in a thin microchannel. *International Journal of Thermal Sciences*, 124:227–239, 2018.
- [9] William Sutherland. The viscosity of gases and molecular force. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 36(223):507–531, 1893.
- [10] Wen-Ming Zhang, Guang Meng, and Xueyong Wei. A review on slip models for gas microflows. *Microfluidics and nanofluidics*, 13(6):845–882, 2012.
- [11] F Sharipov. Rarefied gas dynamics and its applications to vacuum technology. *On-line publication: fisica. ufpr. br/sharipov/CERN. pdf*, 2007.
- [12] Yoshio Sone. *Kinetic theory and fluid dynamics*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [13] Mikhail N Kogan. Flows at small knudsen numbers. In *Rarefied Gas Dynamics*, pages 367–400. Springer, 1969.
- [14] Earle H Kennard et al. *Kinetic theory of gases*, volume 483. McGraw-hill New York, 1938.
- [15] Duncan A Lockerby, Jason M Reese, David R Emerson, and Robert W Barber. Velocity boundary condition at solid walls in rarefied gas calculations. *Physical Review E*, 70(1):017303, 2004.
- [16] George Karniadakis, Ali Beskok, and Narayan Aluru. *Microflows and nanoflows: fundamentals and simulation*, volume 29. Springer Science & Business Media, 2006.
- [17] Kazuo Aoki, Pierre Degond, Luc Mieussens, Shigeru Takata, and Hiroaki Yoshida. A diffusion model for rarefied flows in curved channels. *Multiscale Modeling & Simulation*, 6(4):1281–1316, 2008.

- [18] Simulate real-world designs, devices, and processes with multiphysics software from comsol. <http://comsol.com>.
- [19] Robert G Sargent. Verification and validation of simulation models. In *Proceedings of the 2010 winter simulation conference*, pages 166–183. IEEE, 2010.